

Министерство образования и науки Украины
Донбасская государственная машиностроительная академия

Термодинамика и теплотехника

Конспект лекций
для студентов специальности 151

Утверждено
на заседании
методического совета
Протокол № от

Краматорск 2018

УДК 62-5

Термодинамика и теплотехника: Конспект лекций для студентов специальностей 151 /Сост. Н.Б. Жуков. – Краматорск: ДГМА, 2018. - 120 с.

Содержится теоретический материал, примеры решения задач, включающие необходимый справочный материал.

Составитель

Н.Б Жуков, доц.

Ответственный за выпуск

О.В. Субботин, доц.

1 ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА	6
1.1 Основные понятия и определения	6
1.1.1 Основные параметры состояния рабочего тела.....	6
1.2 Уравнение состояния идеального газа	8
1.3 Реальные газы	9
1.4 Первый закон термодинамики	10
1.5 Энтальпия	12
1.6 Энтропия	13
1.7 Теплоемкость газов	14
1.7.1 Зависимость теплоемкости от характера процесса ...	14
1.7.2 Отношение теплоемкостей C_v и C_p	16
1.7.3 Истинная и средняя теплоемкости	16
1.8 Термодинамические процессы идеальных газов	17
1.8.1 Изохорный процесс ($v = \text{const}$)	20
1.8.2 Изобарный процесс ($p = \text{const}$).....	21
1.8.3 Изотермический процесс ($T = \text{const}$)	23
1.8.4 Адиабатный процесс.....	25
1.8.5 Политропный процесс	28
1.9 Второй закон термодинамики	31
1.9.1 Изменение энтропии в неравновесных процессах	32
1.9.2 Общее выражение второго закона термодинамики...34	
1.10 Эксергия	35
1.11 Истечение газа через отверстия и насадки	37
1.11.1 Скорость истечения газа.....	37
1.11.2 Массовый расход газа m_s через сопло.....	39
1.11.3 Критическое отношение давлений p_d/p_i	40
1.11.4 Критическая скорость.....	41
1.11.5 Движение газа в трубе переменного сечения	43
1.11.6 Температура адиабатного торможения	45

1.12 Сжатие газа в компрессоре (идеальный компрессор)	46
1.12.1 Теоретическое исследование подачи реального компрессора	48
2 ТЕПЛОПЕРЕДАЧА	52
2.1 Теплопроводность. Основные положения теплопроводности	52
2.2 Закон Фурье	54
2.3 Коэффициент теплопроводности.....	55
2.4 Дифференциальное уравнение теплопроводности.....	56
2.5 Физический смысл уравнения теплопроводности	59
2.6 Краевые условия (или условия однозначности)	60
2.7 Стационарная теплопроводность	61
2.7.1 Теплопроводность при граничных условиях первого рода через плоскую стенку	61
2.7.2 Теплопроводность через многослойную плоскую стенку.....	63
2.7.3 Теплопроводность через цилиндрическую стенку ...	65
2.8 Теплопроводность тел с внутренними источниками теплоты.....	67
2.8.1 Теплопроводность плоской стенки (пластины)	68
2.8.2 Теплопроводность круглого стержня	71
2.8.3 Теплопроводность цилиндрической стенки.....	74
2.9 Конвективный теплообмен	76
2.9.1 Основные понятия и определения	76
2.9.2 Теплоотдача при обтекании пластины неограниченным потоком жидкости (классическая или стандартная задача)	77
2.9.3 Теплоотдача при обтекании пластины струйным потоком жидкости	80
2.9.4 Поперечный удар струи	83
2.10 Теплоотдача при движении жидкости в трубах	84
2.10.1 Теплоотдача при ламинарном режиме	84

2.10.2 Теплоотдача при турбулентном режиме	85
2.11 Интенсификация и регулирование теплоотдачи	86
2.11.1 Теплоотдача в канале между упруго поджатыми соплом и заготовкой.....	86
2.12 Теплоотдача при свободной конвекции.....	90
2.13 Лучистый теплообмен.....	94
2.13.1 Описание процесса и основные определения	94
2.13.2 Основные законы теплового излучения	96
2.13.3 Лучистый теплообмен между телами в прозрачной среде	101
2.13.4 Лучистый теплообмен между телами в замкнутом пространстве	103
2.13.5 Теплообмен излучением при наличии экранов	105
2.14 Сложный теплообмен и теплопередача	107
2.14.1 Теплопередача через стенки	108
2.15 Тепловая изоляция.....	115
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	119

1 ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

1.1 Основные понятия и определения

Техническая термодинамика изучает законы преобразования энергии из одного вида в другой. Она дает возможность установить взаимосвязь между тепловыми, механическими и химическими процессами.

Термодинамика базируется на двух экспериментально установленных законах (началах).

Первый закон (начало) является по существу законом сохранения и преобразования энергии относительно термодинамических процессов; невозможен процесс возникновения или исчезновения энергии.

Второй закон (начало) определяет направление течения реальных (необратимых) процессов, раскрывает качественное отличие теплоты от других форм существования энергии. Этот закон связан с принципом существования энтропии.

Основной задачей термодинамики является отыскание наиболее рациональных способов взаимного превращения теплоты работы.

Знание термодинамики, ее исходных идей, ее универсального метода, строгого и эффективного математического аппарата является предпосылкой подготовки инженера любой специальности.

Термодинамика играет важную роль в развитии научного мышления и формирования материалистического мировоззрения.

1.1.1 Основные параметры состояния рабочего тела

Основными параметрами, характеризующими состояние рабочего тела, являются абсолютное давление p , удельный объем \mathcal{V} и абсолютная температура T . С их помощью можно вполне определенно описать состояние тела, а также выразить все другие параметры: внутреннюю энергию U , энтальпию i и энтропию s , которые носят название калорических параметров состояния.

Давление – это средний результат ударов молекул газа или жидкости об стенки сосуда, в котором заключено рабочее тело. В термодинамических расчетах используется абсолютное давление, представляющее собой отношение силы F к площади S , на которую действует сила:

$$P = \frac{F}{S}.$$

В СИ давление измеряют в паскалях (Па):

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2 = 10^{-6} \text{ МПа}.$$

В технических расчетах пользуются иногда внесистемной единицей – баром, составляющим $1 \cdot 10^5$ Па, или атмосферой:

$$1 \text{ атм} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 0,981 \text{ бар}.$$

Температура характеризует степень нагретости тела и представляет собой меру средней кинетической энергии поступательного движения его молекул.

В уравнениях термодинамики используется абсолютная температура в кельвинах. Связь между абсолютной температурой и температурой по шкале Цельсия следующая:

$$T = t^{\circ}\text{C} + 273,15 \approx t^{\circ}\text{C} + 273.$$

Удельный объем – это отношение объема вещества к его массе:

$$g = \frac{V}{m},$$

где V – объем вещества, м^3 ; m – масса этого вещества, кг.

Величина, обратная удельному объему, является плотностью вещества, кг/м^3 :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1}{g}.$$

Как удельный объем, так и плотность вещества зависят от температуры и давления.

1.2 Уравнение состояния идеального газа

Под идеальным понимают такой условный газ, в котором силами притяжения и отталкивания молекул, а также объемом самих молекул можно пренебречь. При снижении давления и повышении температуры реальный газ приближается к идеальному. Любой реальный газ при атмосферном давлении ведет себя как идеальный.

Наиболее простым выражением состояния идеального газа является уравнение Клапейрона:

$$pV = mRT \quad (1.1)$$

или

$$p\vartheta = RT, \quad (1.2)$$

где p - абсолютное давление, Н/м²; V - объем, занимаемый газом, м³; ϑ - удельный объем, м³/кг; m - масса газа, кг; T - абсолютная температура, К; R - удельная газовая постоянная, зависящая от природы вещества.

Из уравнений (1.1) или (1.2) можно получить единицу удельной газовой постоянной R - джоуль на килограмм - кельвин.

По закону Авогадро при одинаковых давлениях p и температурах T в равных объемах различных газов содержится одинаковое число молекул. Следовательно, величина $\mu R = R_\mu = \rho V_\mu / T$ для 1 кмоль любого газа одинакова и носит название универсальной газовой постоянной, где V_μ - объем 1 кмоль газа, м³/кмоль. При нормальных физических условиях объем 1 кмоль всех идеальных газов равен $\sim 22,4$ м³/кмоль. Подставив значения величины при нормальных условиях $p=101325$ Н/м² и $T=273,15$ К, получим:

$$\mu R = R_\mu = \frac{pV_\mu}{T} = \frac{101325 \cdot 22,4143}{273,15} = 8314 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К}),$$

откуда

$$R = \frac{8314}{\mu} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}). \quad (1.3)$$

Зная молярную массу элементов газа, уравнение (1.3) позволяет определить газовую постоянную, например:

для кислорода O_2 - $\mu = 32$, $R = 8314/32 = 259,8$ Дж/(кг·К);
для углекислого газа CO_2 - $\mu = 44$, $R = 8314/44 = 189,0$ Дж/(кг·К).

1.3 Реальные газы

Для реальных газов предложено около 200 уравнений, которые учитывают как силы взаимодействия молекул, так и их объем. Наиболее простым и достаточно точным является уравнение Вад-дер-Ваальса:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT, \quad (1.4)$$

где a и b - величины, постоянные для данного газа, определяемые экспериментально.

Сопоставим уравнения состояния идеального газа (1.2) и реального газа (1.4) в такой форме:

$$p = \frac{RT}{v};$$

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2}.$$

Видно, что поправка на объем (b) обуславливает более высокое давление в реальном газе по сравнению с идеальным, а поправка на силы взаимодействия (a/v^2) – более низкое. При $a = 0$ и $b = 0$ уравнение (1.4) преобразуется в уравнение (1.2).

Постоянные a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса определяются по критическим параметрам:

$$a = 27b^2 p_{кр};$$

$$b = \frac{1}{8} \frac{RT_{кр}}{p_{кр}},$$

где $p_{кр}$ и $T_{кр}$ - критические давление и температура, зависящие от природы газа.

1.4 Первый закон термодинамики

Как отмечалось, первый закон термодинамики является законом сохранения и превращения энергии из одного вида в другой. Этот закон можно сформулировать таким образом.

Подведенная к рабочему телу теплота Q затрачивается на изменение внутренней энергии $\Delta U = U_1 - U_2$ тела и на выполнение внешней (механической) работы L :

$$Q = \Delta U + L.$$

Для 1 кг газа

$$q = \Delta u + l,$$

или в дифференциальной форме –

$$dq = du + dl. \quad (1.5)$$

К внутренней энергии можно отнести кинетическую и потенциальную энергию атомов и молекул газа:

$$U = U_{кин} + U_{пот},$$

где $U_{кин}$ - кинетическая энергия поступательного и вращательного движения молекул; $U_{пот}$ - потенциальная энергия взаимодействия молекул, зависящая от расстояния между молекулами.

В идеальном газе силы межмолекулярного взаимодействия отсутствуют и потенциальная энергия $U_{пот} = 0$. Следовательно, внутренняя энергия идеального газа состоит только из кинетической энергии движения молекул и зависит только от температуры. Независимость внутренней энергии идеального газа от объема и давления доказана классическим опытом Джоуля.

Для определения внешней работы рассмотрим газ, заключенный под поршнем цилиндра (рис. 1.1). При подводе теплоты dQ например через днище цилиндра, температура газа повышается, вызывая приращение его внутренней энергии dU и расширение газа от положения 1 до положения 2. В результате расширения газа поршень цилиндра совершает путь dh , выполняя внешнюю работу:

$$dL = Fdh = pAdh = pdV ,$$

где A – площадь поршня; F – сила, приложенная к поршню.

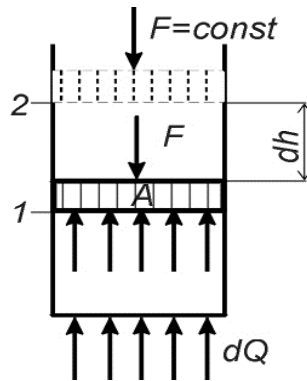


Рисунок 1.1 - К определению работы расширения газа

Для 1 кг газа внешняя работа составит:

$$dl = pd\vartheta . \quad (1.6)$$

С учетом этого окончательно можно записать уравнение первого закона термодинамики (1.5):

$$dq = du + dl = du + pd\vartheta . \quad (1.7)$$

Рассмотрим частные случаи уравнения (1.7).

1 $dq = 0$ – теплообмен системы с окружающей средой отсутствует и уравнение (1.7) принимает вид

$$dl = -du . \quad (1.8)$$

Следовательно, работа расширения совершается за счет уменьшения внутренней энергии данной системы. При сжатии рабочего тела ($-dl$) затрачиваемая извне работа целиком идет на увеличение внутренней энергии системы.

2 $dl = 0$ (объем тела не меняется, $d\vartheta = 0$),

$$dq = du , \quad (1.9)$$

т. е. вся теплота, подведенная к системе при $\vartheta = \text{const}$, идет на увеличение внутренней энергии тела.

3 $du = 0$ и

$$dq = dl, \quad (1.10)$$

т. е. при $T = \text{const}$ сообщаемая системе теплота превращается в эквивалентную ей внешнюю работу.

1.5 Энтальпия

Уравнение (1.7) можно представить в другой форме. Для этого составим тождество:

$$\begin{aligned} dq &= du + pd\vartheta = du + pd\vartheta + \vartheta dp - \vartheta dp = \\ &= du + d(p\vartheta) - \vartheta dp = d(u + p\vartheta) - \vartheta dp. \end{aligned}$$

Новую функцию

$$u + p\vartheta = i, \quad (1.11)$$

введенную Гиббсом в 19 в., называют энтальпией. С учетом энтальпии уравнение (1.7) будет иметь такой вид:

$$dq = di - \vartheta dp. \quad (1.12)$$

Энтальпия идеального газа, как и внутренняя энергия, является функцией только температуры. Действительно,

$$i = u + p\vartheta = u(T) + RT,$$

т. е. для идеального газа оба слагаемых не зависят ни от давления, ни от объема и являются функцией только температуры, $i = f(T)$.

Физический смысл энтальпии можно выяснить, например, используя уравнение (1.12). При $p = \text{const}$

$$dq_p = di. \quad (1.13)$$

После интегрирования уравнения (1.13)

$$q_p = \int_{i_1}^{i_2} di = i_2 - i_1, \quad (1.14)$$

т. е. теплота, подведенная к системе при постоянном давлении, идет только на изменение энтальпии данной системы.

1.6 Энтропия

Кроме уже рассмотренных параметров u и i в термодинамике широко используется еще один калорический параметр состояния, введенный Клаузиусом в 1850 г. в связи с установлением второго закона термодинамики, – энтропия s .

Энтропия – это такой параметр состояния, дифференциал которого, Дж/кг, равен отношению бесконечно малого количества теплоты dQ в элементарном обратимом процессе к абсолютной температуре T , которая на бесконечно малом участке процесса является постоянной величиной, т. е.

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad (1.15)$$

или для 1 кг вещества, Дж/(кг · К),

$$ds = \frac{dq}{T}. \quad (1.16)$$

Как будет показано дальше, уравнение (1.15) является полным дифференциалом. Здесь только отметим, что энтропия может быть определена как функция основных параметров:

$$s = f_1(p, \vartheta); \quad s = f_2(p, T); \quad s = f_3(\vartheta, T),$$

а ее изменение не зависит от характера процесса и определяется только значениями параметров начального и конечного состояний:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = f(p_2, \vartheta_2) - f(p_1, \vartheta_1). \quad (1.17)$$

1.7 Теплоемкость газов

Теплоемкость – весьма важная величина, позволяющая определить количество теплоты, подведенное (отведенное) к газу, изменение его внутренней энергии и т. п.

Производная от количества теплоты по температуре в каком-либо термодинамическом процессе называется теплоемкостью, Дж/°С:

$$C = dQ/dT. \quad (1.18)$$

Теплоемкость может быть отнесена:

к 1 кмоль газа - мольная теплоемкость C_μ , Дж/(кмоль·°С);

к 1 кг газа - массовая теплоемкость C , Дж/(кг·°С);

к 1 м³ газа - объемная теплоемкость C' , Дж/(м³·°С).

Зависимость между ними такова:

$$C = \frac{C_\mu}{\mu}; \quad C' = \frac{C_\mu}{22,4}; \quad C' = C\rho_H, \quad (1.19)$$

где μ - молярная масса газа, кг/кмоль; ρ_H - плотность газа, кг/м³ (при нормальных физических условиях - 0°С и 760 мм рт. ст.).

1.7.1 Зависимость теплоемкости от характера процесса

Изменение температуры газа при одном и том же количестве подведенной (отведенной) теплоты зависит от характера происходящего при этом процесса, поэтому теплоемкость является функцией процесса. Это означает, что один и тот же газ в зависимости от процесса требует для своего нагрева на 1°С различного количества теплоты. Численно величина C изменяется в пределах от $+\infty$ до $-\infty$.

Массовую теплоемкость газа можно получить на основании уравнений (1.18) и (1.7):

$$C = \frac{dq}{dT} = \frac{du + dl}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{dl}{dT} = \frac{du}{dT} + \frac{pd\mathcal{V}}{dT}. \quad (1.20)$$

Рассмотрим два следующих случая нагрева идеального газа:

в процессе постоянного объема - $\mathcal{V} = \text{const}$;

в процессе постоянного давления - $p = \text{const}$.

Обозначим теплоемкости для этих процессов C_g и C_p .

Для процесса $\mathcal{G} = \text{const}$ ($d\mathcal{G} = 0$) имеем:

$$C_g = \frac{du}{dT}. \quad (1.21)$$

Таким образом, изменение внутренней энергии в любом процессе идеального газа можно определить по формуле

$$du = C_g dT. \quad (1.22)$$

Для процесса $p = \text{const}$, дифференцируя уравнение (1.2), получим: $p d\mathcal{G} = R dT$, подстановка последнего в уравнение (1.20) дает:

$$C_p = \frac{du}{dT} + \frac{R dT}{dT}$$

или с учетом уравнения (1.21) получим уравнение Майера:

$$C_p = C_g + R;$$

$$C_p - C_g = R \quad (1.23)$$

(для реального газа $C_p - C_g > R$, так как учитываются силы межмолекулярного взаимодействия).

Значение газовой постоянной $R > 0$, поэтому из (1.23) следует, что $C_p > C_g$. Это объясняется тем, что в процессе $\mathcal{G} = \text{const}$ внешняя работа не выполняется и вся подведенная теплота затрачивается только на изменение внутренней энергии, тогда как в процессе $p = \text{const}$ теплота затрачивается не только на изменение внутренней энергии, но и на осуществление внешней работы.

Умножим все члены уравнения (1.23) на молярную массу, в результате получим:

$$\mu C_p - \mu C_g = \mu R = R_\mu = 8,314 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}), \quad (1.24)$$

т. е. разность молярных теплоемкостей есть величина постоянная, одинаковая для всех идеальных газов.

1.7.2 Отношение теплоемкостей C_g и C_p

В термодинамике широко используется отношение теплоемкостей C_g и C_p , которое называется показателем адиабаты:

$$C_p / C_g = k. \quad (1.25)$$

Показатель адиабаты зависит от атомности газа:

для одноатомного газа - $k = 1,66$; для двухатомного (и воздуха) – $k = 1,4$, для трех- и многоатомных газов – $k = 1,33$.

Из уравнения (1.25) следует:

$$k = \frac{C_p}{C_g} = 1 + \frac{R}{C_g}.$$

Отсюда

$$C_g = \frac{R}{k - 1}, \quad (1.26)$$

$$C_p = \frac{kR}{k - 1}. \quad (1.27)$$

Если известно k , то по формулам (1.26) и (1.27) можно вычислить значение теплоемкостей идеального газа.

1.7.3 Истинная и средняя теплоемкости

Теплоемкость идеального газа зависит от температуры, а реального - и от давления, так как реальный газ обладает дополнительной теплоемкостью, обусловленной действием сил межмолекулярного взаимодействия. Поэтому в технической термодинамике различают истинную и среднюю теплоемкости.

Истинной теплоемкостью является производная от количества теплоты по его температуре:

$$c = \frac{dq}{dt},$$

откуда

$$dq = c dt . \quad (1.28)$$

И для процесса с произвольным изменением температуры

$$q = \int_1^2 c dt . \quad (1.29)$$

Количество теплоты можно определить, если известна зависимость $c = f(t)$. Для простоты, принимая $c = \text{const}$, получим:

$$q = c(t_2 - t_1) . \quad (1.30)$$

Однако при условии $c = \text{const}$ точность расчета по (1.30) может оказаться неудовлетворительной. Поэтому истинную теплоемкость представляют в виде интерполяционного полинома:

$$c = c_0 + at + bt^2 + \dots, \quad (1.31)$$

для технических расчетов по линейной зависимости:

$$c = c_0 + at . \quad (1.32)$$

Для определения средней теплоемкости в пределах изменения температуры от t_1 до t_2 пользуются уравнением

$$\bar{c} = c_0 + a \frac{t_1 + t_2}{2} , \quad (1.33)$$

где c_0 и a – постоянные для данного газа, принимаются из справочных таблиц.

Для приближенных расчетов могут быть использованы и уравнения (1.26), (1.27).

1.8 Термодинамические процессы идеальных газов

В термодинамике рассматриваются процессы, протекающие при постоянном значении одного из основных параметров (\mathcal{Q} , p , T) или же без теплообмена с окружающей средой ($q = 0$). Эти термодинамические процессы называются основными. К ним относятся изохорный

($\mathcal{Q} = \text{const}$), изобарный ($p = \text{const}$), изотермический ($T = \text{const}$) и адиабатный ($q = 0$) процессы. Обобщающим является политропный процесс, протекающий при одновременном изменении \mathcal{Q} , p , T с теплообменом с окружающей средой.

Кроме термических параметров (\mathcal{Q} , p , T) к термодинамическому процессу относятся калорические параметры: внутренняя энергия u , энтальпия i и энтропия s .

При исследовании термодинамических процессов требуется определить изменение калорических параметров, которые являются общими для всех термодинамических процессов идеального газа.

Общие аналитические зависимости

Изменение внутренней энергии можно определить из выражения(1.22)

$$du = c_g dT,$$

которое является общим для вычисления изменения внутренней энергии в любом процессе идеального газа.

Изменение энтальпии получим на основании уравнения (1.11)

$$i = u + p\mathcal{Q},$$

или в дифференциальной форме –

$$di = du + d(p\mathcal{Q}). \quad (1.34)$$

Для идеального газа $p\mathcal{Q} = RT$ и $du = c_g dT$, подстановка которых в уравнение (1.34) дает:

$$di = c_g dT + R dT = (c_g + R) dT.$$

Из уравнения Майера (1.23) $c_g + R = c_p$. Поэтому можно записать:

$$di = c_p dT. \quad (1.35)$$

Это уравнение дает возможность определить изменение энтальпии в любом термодинамическом процессе.

Изменение энтропии в обратимых процессах

На основании уравнений (1.16), (1.7) и (1.12) можно записать:

$$dq = Tds = du + pd\mathcal{V} = di - \mathcal{V}dp.$$

После деления этого уравнения на T получим систему уравнений:

$$\begin{cases} ds = \frac{du}{T} + \frac{pd\mathcal{V}}{T}; \\ ds = \frac{di}{T} - \frac{\mathcal{V}dp}{T}. \end{cases}$$

С учетом того, что $du = c_v dT$ и $di = c_p dT$, получим:

$$\begin{cases} ds = \frac{c_v dT}{T} + \frac{pd\mathcal{V}}{T}; \\ ds = \frac{c_p dT}{T} - \frac{\mathcal{V}dp}{T}, \end{cases}$$

но $p = RT/\mathcal{V}$ и $\mathcal{V} = RT/p$, поэтому

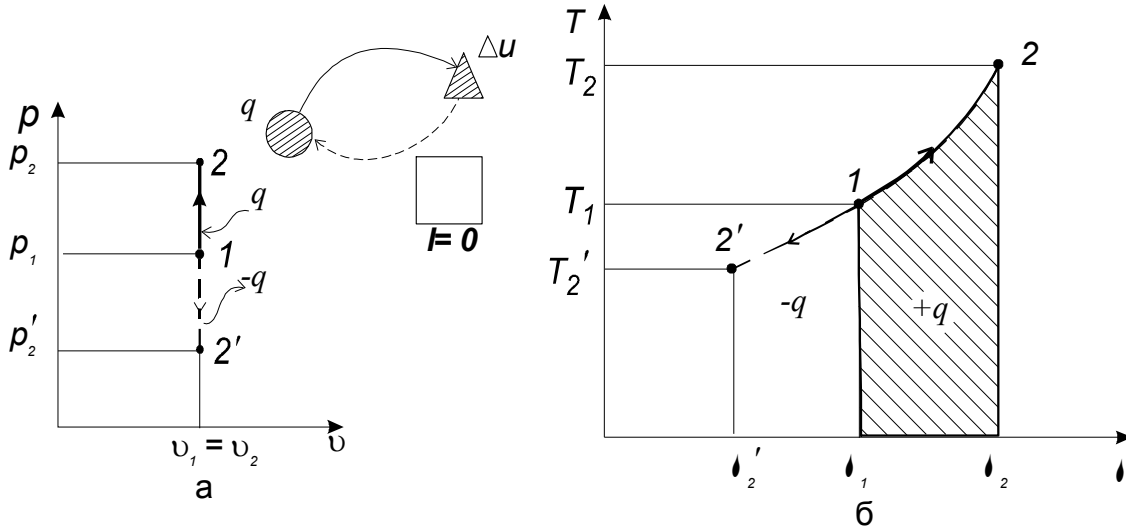
$$\begin{cases} ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}}; \\ ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}. \end{cases}$$

При $c_v = \text{const}$ и $c_p = \text{const}$ после интегрирования получим общие выражения для изменения энтропии в процессах с идеальным газом:

$$\begin{cases} \Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{\mathcal{V}_2}{\mathcal{V}_1}; \\ \Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \end{cases} \quad (1.36)$$

1.8.1 Изохорный процесс ($\mathcal{V} = \text{const}$)

Изохорный процесс в координатах $p - \mathcal{V}$ представлен на рис. 1.2. Процесс может протекать как с повышением давления (процесс 1-2), так и с понижением давления (процесс 1-2').



а - в $p - \mathcal{V}$ -координатах; б - в $T - s$ -координатах
Рисунок 1.2 – Изображение изохорного процесса в $p - \mathcal{V}$ - и $T - s$ - координатах

Из уравнения состояния идеального газа

$$p_1 \mathcal{V} = RT_1; p_2 \mathcal{V} = RT_2$$

следует:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (1.37)$$

т.е. изменение давления прямо пропорционально изменению температуры.

В изохорном процессе работа расширения газа не совершается так, как при $\mathcal{V} = \text{const}$ $d\mathcal{V} = 0$ и $dl = p d\mathcal{V} = 0$. Поэтому вся теплота расходуется только на изменение внутренней энергии, и на основании уравнений (1.9) и (1.30)

$$q_{\mathcal{V}} = \Delta u = c_{\mathcal{V}}(t_2 - t_1) \text{ при } c_{\mathcal{V}} = \text{const.}$$

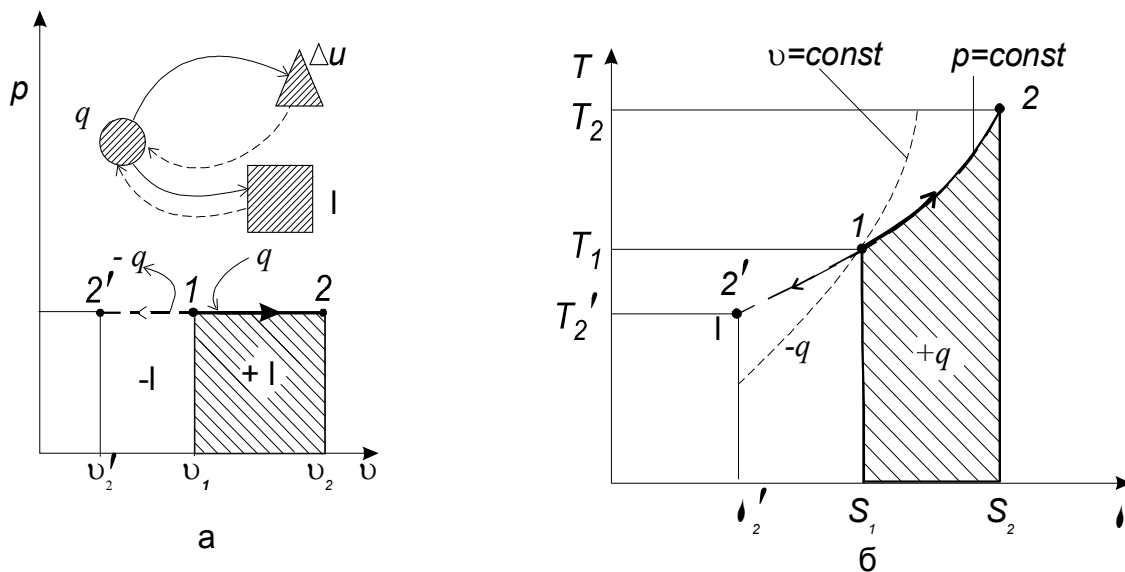
Изменение энтропии в изохорном процессе ($\mathcal{V}_1 = \mathcal{V}_2 = \text{const}$) найдем из общего выражения (1.36)

$$\Delta s_g = c_g \ln \frac{T_2}{T_1} = c_g \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (1.38)$$

В $T - s$ - координатах эта зависимость изображается кривой 1-2 (рис. 1.2, б). Схема энергобаланса для изохорного процесса показана на рис. 1.2, а.

1.8.2 Изобарный процесс ($p = \text{const}$)

Изобарный процесс в координатах $p - \mathcal{V}$ изображен прямой 1-2 (рис. 1.3, а).



а – в $p - \mathcal{V}$ -координатах; б - в $T - s$ -координатах

Рисунок 1.3 – График изобарного процесса

Из уравнения состояния идеального газа для двух точек процесса

$$p\mathcal{V}_1 = RT_1; \quad p\mathcal{V}_2 = RT_2$$

следует:

$$\frac{\mathcal{V}_2}{\mathcal{V}_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad (1.39)$$

т. е. изменение удельного объема прямо пропорционально изменению температуры. Изобарное расширение сопровождается изменением температуры и изменением внутренней энергии.

Изменение внутренней энергии определяется из общей зависимости

$$\Delta u = c_g(T_2 - T_1). \quad (1.40)$$

Работа расширения газа вытекает из выражения (1.6) $dl = pd\vartheta$ следующим образом:

$$l_p = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} pd\vartheta = p \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} d\vartheta = p(\vartheta_2 - \vartheta_1). \quad (1.41)$$

Так как для идеального газа $p\vartheta_1 = RT_1$; $p\vartheta_2 = RT_2$, то уравнение (1.41) можно представить в такой форме:

$$l_p = R(T_2 - T_1). \quad (1.42)$$

Отсюда вытекает физический смысл газовой постоянной R – это работа 1 кг газа в изобарном процессе при изменении температуры на 1°C .

Количество теплоты в изобарном процессе на основании уравнений $dq_p = di$ (1.13) и $di = c_p dT$ (1.35) будет иметь вид

$$q_p = i_2 - i_1 = c_p(t_2 - t_1) \quad \text{при } c_p = \text{const}, \quad (1.43)$$

т.е. вся теплота, подведенная к газу в изобарном процессе, идет на увеличение энтальпии.

Изменение энтропии в изобарном процессе вытекает из общего уравнения (1.36), которое с учетом (1.39) дает:

$$\Delta s_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \ln \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}. \quad (1.44)$$

В $T - s$ - координатах изобара представляет собой логарифмическую кривую 1-2 (рис. 1.3, б). Здесь же для сравнения пунктиром нанесена изохора. Так как $c_p > c_g$, то из сравнения (1.38) и (1.44) видно, что изобара расположена более полого, чем изохора.

Определим долю теплоты, израсходованной на выполнение внешней работы. Для этого все члены уравнения $dq = du + dl$ разделим на dq , в результате чего будем иметь:

$$1 = \frac{du}{dq} + \frac{dl}{dq}, \text{ откуда } \frac{dl}{dq} = 1 - \frac{du}{dq},$$

но так как $du = c_g dT$; $dq = c_p dT$ и $c_p / c_g = k$, получим:

$$\frac{dl}{dq} = 1 - \frac{c_g dT}{c_p dT} = 1 - \frac{c_g}{c_p} = 1 - \frac{1}{k}.$$

Для двухатомного газа (и воздуха) $k = 1,4$, следовательно,

$$\frac{dl}{dq} = 1 - \frac{1}{1,4} = 0,285.$$

Таким образом, доля теплоты, израсходованная на выполнение внешней работы в изобарном процессе равна примерно одной трети, а две трети идут на увеличение внутренней энергии газа.

1.8.3 Изотермический процесс ($T = \text{const}$)

При изотермическом процессе $p \vartheta = RT = \text{const}$ и

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}, \quad (1.45)$$

т. е. давление и объем обратно пропорциональны друг другу (закон Бойля-Мариотта, 1662 г.).

В координатах $p - \vartheta$ изотерма представляет собой равнобокую гиперболу, для которой асимптотами являются координатные оси (рис.1.4,а).

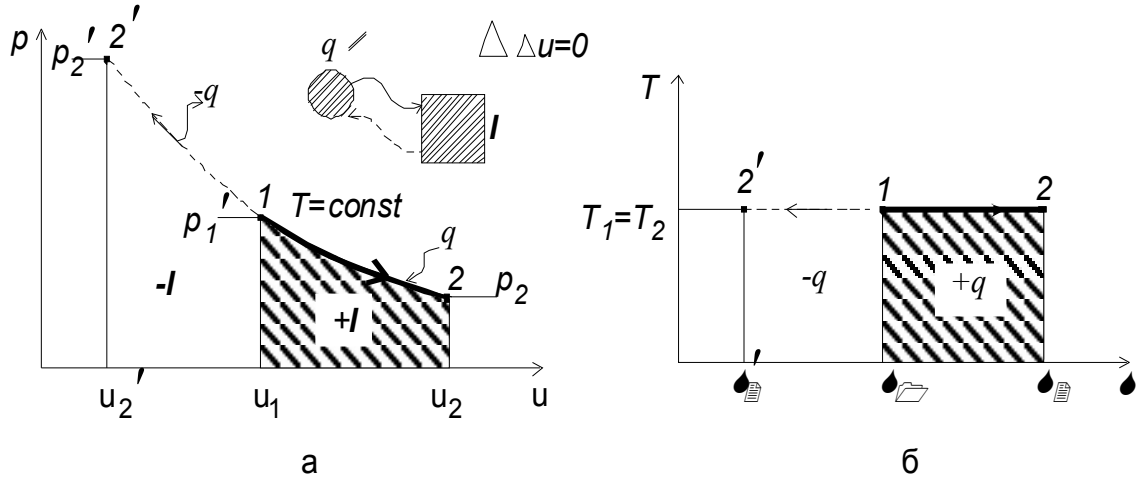
В изотермическом процессе ($T = \text{const}$ и $dT = 0$) изменение внутренней энергии и энтальпии не происходит ($du = 0$ и $d = 0$) и вся подведенная теплота (1.5) расходуется только на работу:

$$dq_T = dl_T = pd\vartheta.$$

Заменяя $p = RT / \vartheta$ с учетом (1.45), после интегрирования получим:

$$dq_T = dl_T = RT \int_{g_1}^{g_2} \frac{dg}{g} = RT \ln \frac{g_2}{g_1} = TR \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.46)$$

На рис. 1.4,а работа представлена как площадь под кривой изотермического процесса.



а – в $p - g$ - координатах; б – в $T - s$ - координатах

Рисунок 1.4 – График изотермического процесса

На основании уравнения (1.46) можно записать:

$$q_T = l_T = T \int_{s_1}^{s_2} ds = T(s_2 - s_1). \quad (1.47)$$

Изменение энтропии можно получить также из общего выражения (1.36):

$$\Delta s_T = s_2 - s_1 = \frac{q_T}{T} = R \ln \frac{g_2}{g_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (1.48)$$

График изотермического процесса в $T - s$ - координатах приведен на рис. 1.4,б.

В изотермическом процессе $T = \text{const}$, $dT = 0$, поэтому теплоемкость газа $c_T = dq/dT$ стремится к бесконечности.

1.8.4 Адиабатный процесс

В адиабатном процессе газ не обменивается теплотой с окружающей его средой ($q = 0$; $dq = 0$). Для осуществления такого процесса следует либо теплоизолировать газ (поместить его в адиабатную оболочку), либо провести процесс настолько быстро, чтобы изменение температуры газа, обусловленное его теплообменом с окружающей средой, было пренебрежимо мало по сравнению с изменением температуры, вызванным расширением или сжатием газа. Практически это возможно, так как теплообмен протекает значительно медленнее, чем сжатие и расширение газа.

Уравнение адиабаты можно получить из уравнений первого закона термодинамики (1.7) и (1.12), которые с учетом того, что $du = c_g dT$ (1.22) и $di = c_p dT$ (1.35), будут иметь вид:

$$\begin{aligned}0 &= c_g dT + p d\vartheta; \\0 &= c_p dT - \vartheta dp.\end{aligned}\tag{1.49}$$

Поделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{c_p dT}{c_g dT} = - \frac{\vartheta dp}{p d\vartheta}$$

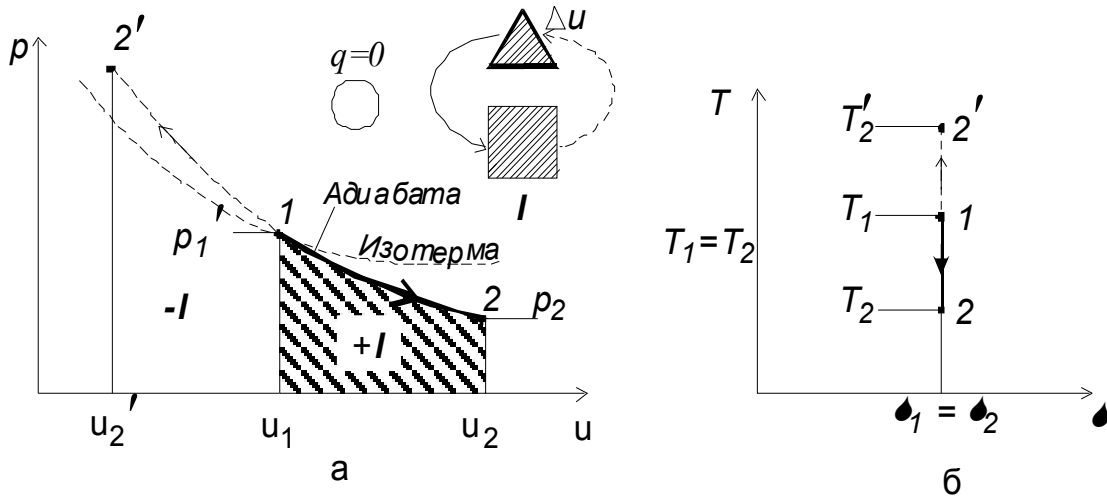
или

$$k \frac{d\vartheta}{\vartheta} = - \frac{dp}{p},$$

которое после интегрирования и потенцирования позволяет получить уравнение адиабаты идеального газа при постоянном отношении теплоемкостей $C_p / C_g = k = \text{const}$:

$$p_1 \vartheta_1^k = p_2 \vartheta_2^k.\tag{1.50}$$

В $p - \vartheta$ - координатах адиабата изображается неравнобокой гиперболой (рис. 1.5, а), проходящей несколько круче изотермы, так как $C_p / C_g = k > 1$.



а – в $p - \mathcal{Q}$ - координатах; б – в $T - s$ - координатах
 Рисунок 1.5 – График адиабатного процесса

Для двух точек процесса уравнение состояния газа имеет вид:

$$p_1 \mathcal{Q}_1 = RT_1, \quad p_2 \mathcal{Q}_2 = RT_2.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\mathcal{Q}_1 T_2}{\mathcal{Q}_2 T_1}.$$

Из уравнения адиабаты находим отношение:

$$\frac{\mathcal{Q}_1}{\mathcal{Q}_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}},$$

подстановка которого в последнее уравнение дает возможность установить зависимость температуры от давления:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (1.51)$$

Изменение внутренней энергии определяется из общей зависимости для всех процессов:

$$du = c_{\mathcal{Q}} dT.$$

Работа адиабатного процесса совершается за счет внутренней энергии:

$$dl_q = -du = c_g dT.$$

После интегрирования получим:

$$l_q = c_g(T_2 - T_1). \quad (1.52)$$

Учитывая то, что $c_p / c_g = k$ и $c_p - c_g = R$, находим:

$$c_g = \frac{R}{k - 1}.$$

Из уравнения (1.51) температура

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

С учетом этого адиабатная работа (1.52) может быть представлена в других формах:

$$l_q = \frac{R}{k} (T_1 - T_2);$$

$$l_q = \frac{RT_1}{k - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]; \quad (1.53)$$

$$l_q = \frac{p_1 \mathcal{G}_1}{k - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right].$$

Изменение энтропии в адиабатном процессе равно нулю, так как $dq = 0$ и $ds = dq/T = 0$, следовательно, $s = \text{const}$. Поскольку $dq = 0$, то теплоемкость в адиабатном процессе $c = dq/dT$ равна нулю, т. е. $c = 0$.

Все зависимости между \mathcal{G} , p , T и уравнения работы адиабатного процесса получены из условия, что $k = \text{const}$. Решение задачи при переменном k вызывает значительные трудности.

1.8.5 Политропный процесс

Любой произвольный процесс изменения состояния рабочего тела, происходящий при постоянной теплоемкости, называется политропным.

Для получения уравнения политропного процесса воспользуемся следующими записями первого закона термодинамики:

$$dq_n = c_g dT + p d\vartheta;$$

$$dq_n = c_p dT + \vartheta dp.$$

Исходя из общего понятия теплоемкости для политропного процесса можно записать:

$$dq = c_n dT,$$

где C_n - теплоемкость политропного процесса.

Тогда из уравнений первого закона термодинамики следует:

$$c_n dT = c_g dT + p d\vartheta,$$

$$c_n dT = c_p dT + \vartheta dp.$$

После деления второго уравнения на первое получим:

$$\frac{c_n - c_p}{c_n - c_g} = - \frac{\vartheta}{d\vartheta} \frac{dp}{p}.$$

Обозначим: $(c_n - c_p)/(c_n - c_g) = n$. Эта величина постоянна для данного процесса и называется показателем политропы.

Тогда можно записать:

$$n = - \frac{\vartheta}{d\vartheta} \frac{dp}{p}$$

и

$$\frac{dp}{p} + n \frac{d\vartheta}{\vartheta} = 0.$$

После интегрирования получим уравнение политропного процесса:

$$p\vartheta^n = \text{const.} \quad (1.54)$$

Политропный процесс является обобщающим. Действительно, из уравнения показателя политропы

$$n = \frac{c_n - c_p}{c_n - c_g}$$

можно определить теплоемкость политропного процесса:

$$c_n = \frac{nc_g - c_n}{n - 1} = c_g \frac{n - k}{n - 1}. \quad (1.55)$$

Если в это уравнение подставить значение n для отдельных процессов, то можно получить теплоемкости этих процессов:

изохорный процесс - $n = \pm\infty$, $c_n = c_g$;

изобарный процесс - $n = 0$, $c_n = kc_g = c_p$;

изотермический процесс - $n = 1$; $c_n = \pm\infty$;

адиабатный процесс - $n = k$; $c_n = 0$.

Показатель политропы можно вычислить, если известны значения p и ϑ в двух крайних точках процесса. Для этого достаточно прологарифмировать уравнение политропы $p_1\vartheta_1^n = p_2\vartheta_2^n$:

$$\lg p_1 + n \lg \vartheta_1 = \lg p_2 + n \lg \vartheta_2,$$

откуда:

$$n = \frac{\lg(p_1/p_2)}{\lg(\vartheta_2/\vartheta_1)}; \quad (1.56)$$

$$n - 1 = \frac{\lg(T_2/T_1)}{\lg(\vartheta_1/\vartheta_2)};$$

$$\frac{n - 1}{n} = \frac{\lg(T_2/T_1)}{\lg(P_2/P_1)}.$$

Связь между параметрами политропного процесса p , \mathcal{V} , T аналогична адиабатному процессу, так как уравнения политропного процесса совпадают по форме с уравнениями адиабатного процесса, в которых показатель k следует заменить на n :

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2}\right)^n; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2}\right)^{n-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (1.57)$$

Это касается также и уравнений для определения работы в политропном процессе:

$$l_n = \frac{1}{n-1}(p_1\mathcal{V}_1 - p_2\mathcal{V}_2) = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (1.58)$$

Количество теплоты в процессе можно определить из первого закона термодинамики:

$$q_n = \Delta u + l_n = c_g(T_2 - T_1) + \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2)$$

или можно воспользоваться понятием теплоемкости газа:

$$q_n = c_n(T_2 - T_1). \quad (1.59)$$

Изменение энтропии в политропном процессе определим из общего понятия энтропии:

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{c_n dT}{T},$$

после интегрирования которого получим:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_n \ln(T_2/T_1). \quad (1.60)$$

1.9 Второй закон термодинамики

Первый закон термодинамики представляет собой закон сохранения энергии. При этом по первому закону накладывается только одно условие, чтобы количество теплоты, выделяемое одним телом, равнялось количеству теплоты, воспринимаемому другим телом. Из опыта известно, что теплота всегда произвольно переходит только от более нагретых тел к менее нагретым, т. е. самопроизвольный или естественный процесс теплообмена имеет свойство определенной направленности – в сторону тел с более низкой температурой.

Однако возможен и обратный, несамопроизвольный или противоестественный процесс – передача теплоты от менее нагретых тел к более нагретым (например, в холодильных установках), но для осуществления этого процесса требуется подвести энергию извне и этим самым как бы компенсировать протекание несамопроизвольного процесса.

Констатация этой особенности теплоты, проявляющейся в процессе ее передачи, является одной из сторон сущности второго закона термодинамики, который Р. Клаузиус (1850 г.) сформулировал следующим образом: теплота не может сама собой переходить от менее нагретого тела к более нагретому, или некомпенсированный переход теплоты от тела с меньшей температурой к телу с большей температурой невозможен.

Еще одна «особенность» теплоты наиболее ярко раскрывается при преобразовании ее в работу. Из опыта известно, что работа может быть полностью превращена в теплоту (например, трением) без каких-либо дополнительных условий или компенсации. Обратное же превращение теплоты в работу требует какого-либо дополнительного процесса или компенсации.

Таким образом, второй закон термодинамики состоит из двух независимых частей, установленных экспериментально.

Первую часть иногда называют вторым законом термодинамики для обратимых процессов или принципом существования энтропии.

Вторую часть называют вторым законом термодинамики для необратимых процессов или принципом возрастания энтропии.

1.9.1 Изменение энтропии в неравновесных процессах

Уравнение основного закона термодинамики (1.7)

$$dq = du + pd\vartheta$$

не является полным дифференциалом, так как неизвестна зависимость p от ϑ .

Из математики известно, что дифференциальный двучлен всегда можно превратить в полный дифференциал путем умножения (или деления) на интегрирующий множитель (или делитель). Таким интегрирующим делителем для элементарного количества теплоты dq (или δq) может быть абсолютная температура T .

Рассмотрим это на примере изменения параметров идеального газа в равновесных процессах. Умножая все члены уравнения основного закона термодинамики на интегрирующий множитель $1/T$ и учитывая, что $du = c_g dT$ и $p = RT/\vartheta$, получим:

$$\frac{dq}{T} = \frac{du}{T} + \frac{pd\vartheta}{T} = c_g \frac{dT}{T} + R \frac{d\vartheta}{\vartheta}, \quad (1.61)$$

но $dq/T = ds$, поэтому

$$ds = c_g \frac{dT}{T} + R \frac{d\vartheta}{\vartheta}. \quad (1.62)$$

Интегрирование уравнения (1.62) позволило получить общие выражения для изменения энтропии в равновесных процессах с идеальным газом (1.36).

Рассмотрим принципиальные отличия неравновесных процессов от равновесных на примере расширения газа под поршнем цилиндра (рис. 1.6).

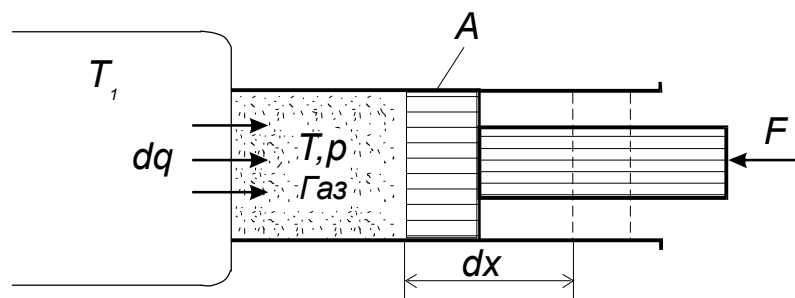


Рисунок 1.6 – К определению энтропии в неравновесных процессах

Газ получает теплоту dq от источника с температурой T_1 и совершает работу против внешней силы F , действующей на поршень. Расширение газа будет равновесным только в том случае, когда температура газа T равна температуре источника T_1 , внешняя сила F равна давлению газа на площадь поршня A ($F = pA$) и в процессе расширения газа отсутствуют силы трения. Работа расширения газа в этом случае равна: $dl_{равн} = Fdx = pAdx = pdV$, а изменение энтропии в таком процессе $ds_{равн} = dq/T$.

Невыполнение хотя бы одного из указанных условий делает расширение газа неравновесным. Рассмотрим каждое из этих условий в отдельности.

1 Если неравновесность вызвана трением поршня о стенки цилиндра, то работа dl будет меньше, чем pdV , так как часть ее затрачивается на преодоление сил трения и переходит в теплоту $dq_{тр}$, повышая энтропию газа неравновесного процесса:

$$ds_{неравн} = (dq + dq_{тр})/T. \quad (1.63)$$

2 Если неравновесность вызвана механическим неравновесием $F < PA$, поршень будет двигаться ускоренно, вызывая завихрения газа и появление сил трения, порождающих теплоту $dq_{тр}$. Полезная работа снова получается меньше, а энтропия – больше, аналогично уравнению (1.63).

3 Если неравновесность вызвана разностью температур (температура газа T меньше температуры источника T_1), то возрастание энтропии газа будет больше, чем $ds_{равн} = dq/T_1$, из-за снижения температуры ($T < T_1$). Кроме того, при том же перемещении поршня dx , т. е. заданном удельном объеме ϑ , меньшей температуре газа соответствует меньшее его давление p . С уменьшением давления уменьшается работа расширения газа:

$$dl = p'd\vartheta < pd\vartheta,$$

где p' - давление при меньшей температуре газа.

Таким образом, неравновесность газа всегда приводит к увеличению энтропии газа при том же количестве подведенной теплоты и к потере части полезной работы.

1.9.2 Общее выражение второго закона термодинамики

Второй закон термодинамики можно представить в форме совокупности двух независимых частей.

Первую часть иногда называют вторым законом термодинамики для равновесных (или обратимых) процессов или принципом существования энтропии:

$$dS_{\text{равн}} = \frac{dQ}{T}. \quad (1.64)$$

Вторую часть называют вторым законом термодинамики для неравновесных (или необратимых) процессов или принципом возрастания энтропии:

$$dS_{\text{неравн}} \succ \frac{dQ}{T}. \quad (1.64 \text{ а})$$

Объединяя уравнения (1.64) и (1.64 а) и опуская индексы при ds , получим общее выражение второго закона термодинамики:

$$dS \geq \frac{dQ}{T}. \quad (1.65)$$

Из уравнения (1.65) следует, что энтропия изолированной системы ($dQ = 0$) не может уменьшаться: она либо остается постоянной ($dS = dQ/T$) при протекании обратимых процессов, либо возрастает ($dS \succ dQ/T$) при протекании необратимых процессов. Последнее положение Р. Клаузиус ошибочно распространил на всю Вселенную. Клаузиус пришел к выводу о том, что в результате постоянно протекающих в природе необратимых процессов энтропия Вселенной стремится к максимуму и в пределе достигнет теплового равновесия. Такое состояние Вселенной он назвал неизбежной «тепловой смертью». Вселенную нельзя отождествлять с изолированной системой и поэтому допущение Клаузиуса ошибочно.

1.10 Эксергия

Протекание необратимых процессов сопровождается возрастанием энтропии изолированной системы (1.64 а) и только часть теплоты, отбираемой от верхнего источника, может быть превращено в полезную работу.

Максимальная полезная работа, которую можно получить за счет теплоты q_1 , отбираемой от верхнего источника теплоты с температурой T_1 , при условии, что нижним источником теплоты является окружающая среда с температурой T_2 , называется работоспособностью или эксергией теплоты.

Как известно, максимальная работа за счет отбираемой теплоты q_1 может быть получена при осуществлении обратимого цикла Карно:

$$l_{обр} = q_1 \eta_{t_{карно}} = q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right). \quad (1.66)$$

Если теплота q_1 будет передаваться рабочему телу (газу) с конечной разностью температур ($T_1 > T_1'$), работа необратимого цикла Карно $l_{необр}$ будет меньше $l_{обр}$:

$$l_{необр} = q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1'} \right). \quad (1.67)$$

Разность работ (1.66) и (1.67) представляет собой деградацию энергии (потерю работоспособности):

$$\Delta l = l_{обр} - l_{необр} = q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) - q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1'} \right) = q_1 T_2 \left(\frac{1}{T_1'} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (1.68)$$

При необратимом переходе теплоты q_1 от верхнего источника с температурой T_1 к рабочему телу с температурой $T_1' < T_1$ энтропия этой системы возрастает на величину

$$\Delta s_{сум} = \Delta s_{ВИТ} + \Delta s_{Р.Т} = -\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_1}{T_1'} = q_1 \left(\frac{1}{T_1'} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (1.69)$$

Совмещая уравнения (1.68) и (1.69), получим выражение для потери работоспособности вследствие необратимости процессов:

$$\Delta l = T_2 \Delta s_{сист}, \quad (1.70)$$

которое называют уравнением Гюи-Стодолы по имени французского физика М. Гюи, получившего это уравнение в 1889 г., и словацкого теплотехника А. Стодолы, впервые применившего это уравнение.

Пример 1.1. В котельном агрегате при сжигании топлива выделяется тепловой поток $q = 32000$ кДж/кг при температуре $t_1 = 1900^\circ\text{C}$ для получения перегретого пара с $t_1' = 500^\circ\text{C}$. Температура окружающей среды $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Определить изменение энтропии, потерю эксергии и эксергический КПД в процессе теплообмена между продуктами сгорания и паром.

Решение. Изменение энтропии системы, состоящей из продуктов сгорания и пара, определим по формуле (1.69)

$$\begin{aligned} \Delta s_{сист} &= \Delta s_{пр.сг} + \Delta s_{пара} = -\frac{q}{T_1'} + \frac{q}{T_1} = q \frac{T_1 - T_1'}{T_1' T_1} = \\ &= 32000 \frac{2173 - 773}{2173 \cdot 773} = 26,8 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

Эксергия теплоты продуктов сгорания

$$e_{пр.сг} = q \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 32000 \left(1 - \frac{293}{2173} \right) = 27700 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Эксергия теплоты пара

$$e_{пара} = q \left(1 - \frac{T_2}{T_1'} \right) = 32000 \left(1 - \frac{293}{773} \right) = 19800 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Потеря эксергии (работоспособности)

$$\Delta e = e_{пр.сг} - e_{пара} = 27700 - 19800 = 7900 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Этот же результат можно получить непосредственно по уравнению Гюи-Стодолы (1.70):

$$\Delta e = \Delta l = T_2 \Delta s_{сист} = 293 \cdot 26,8 = 7900 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Эксергический КПД процесса теплообмена в котле, или степень термодинамического совершенства,

$$\eta_t^{\text{экс}} = \frac{e_{\text{пара}}}{e_{\text{пр.сг}}} = \frac{19800}{27700} = 0,72 \text{ (или 72\%)}$$

1.11 Истечение газа через отверстия и насадки

Истечение газа через отверстия и насадки (сопла) имеет большое практическое значение. Эти процессы являются основой расчета и проектирования систем пневмоавтоматики, струйной техники; создания программных устройств, задающих пневматические сигналы, предназначенные для автоматизации производственных процессов и пр.

Относительно процессов истечения газа общая теория дает возможность на стадии проектирования решить основную задачу - определить скорость истечения и расход газа, а также выбрать наиболее рациональную форму сопла в зависимости от режима его работы.

1.11.1 Скорость истечения газа

Расчетная схема истечения газа через сужающееся сопло показана на рис. 1.7.

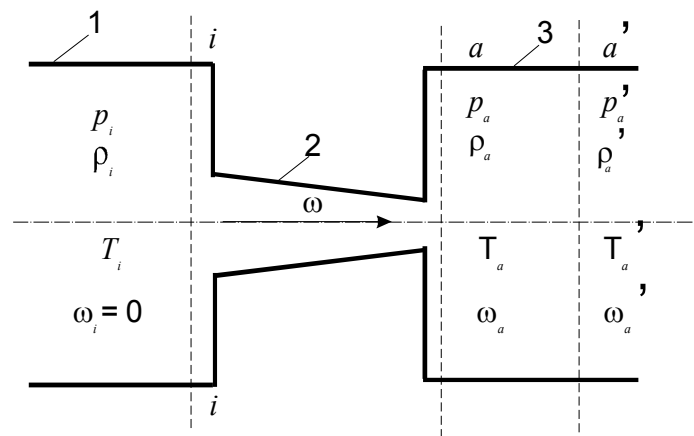


Рисунок 1.7 – К расчету истечения газа из сужающегося сопла

Газ из неограниченной емкости 1 через сужающееся сопло 2 истекает в другую емкость 3. Давление p_i ; плотность ρ_i ; температура T_i и скорость ω_i у неограниченной емкости постоянные (параметры

заторможенного газа). Аналогичные переменные на выходе сопла отмечены индексом a .

Поскольку сопло короткое, а скорость потока достаточно велика, газ пролетает сквозь сопло за весьма малый промежуток времени. При такой скорости изменения давления и температуры теплообменом между газом и стенками сопла можно пренебречь, предполагая адиабатный процесс движения газа. Кроме того, при коротком сопле влиянием сил трения при истечении газа также можно пренебречь.

Для решения задачи воспользуемся известным из газодинамики уравнением Бернулли, которое для двух сечений потока $i-i$ (на входе сопла) и $a-a$ (на выходе сопла) в случае изоэнтропийного движения имеет вид

$$z_i + \frac{k}{k-1} \frac{p_i}{\rho_i g} + \frac{\omega_i^2}{2g} = z_a + \frac{k}{k-1} \frac{p_a}{\rho_a g} + \frac{\omega_a^2}{2g}, \quad (1.71)$$

т. е. сумма геометрического (z), пьезометрического ($p/\rho g$) и скоростного ($\omega^2/2g$) напоров на участке между выбранными сечениями является постоянной величиной.

Из-за малой величины плотности газа геометрическими напорами (z_1) и (z_2) можно пренебречь. Площадь поперечного сечения неограниченной емкости значительно больше площади входного сечения сопла и скоростью движения газа в неограниченной емкости можно пренебречь, т.е. принять $\omega_i \approx 0$. С учетом этого из уравнения (1.71) можно записать скорость истечения:

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(\frac{p_i}{\rho_i} - \frac{p_a}{\rho_a} \right)}. \quad (1.72)$$

Для адиабатного процесса ($p \rho^k = \text{const}$)

$$\frac{p_i}{\rho_i^k} = \frac{p_a}{\rho_a^k} \text{ и } \rho_a = \rho_i \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{1}{k}}.$$

Подстановка ρ_a в уравнение (1.72) дает:

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_i}{\rho_i} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}; \quad (1.73)$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2k}{k-1} P_i g_i \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]};$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_i \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (1.74)$$

Если $p_i \gg p_a$ (например, истечение в вакуум), из уравнения (1.74) следует:

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2k}{k-1} RT_i}. \quad (1.75)$$

Таким образом, скорость истечения в пустоту не зависит от давления, а определяется температурой газа.

1.11.2 Массовый расход газа m_s через сопло

Массовый расход, кг/с, определяется из соотношения

$$m_s = f_a \rho_a \omega_a, \quad (1.76)$$

где f_a - площадь выхлопного отверстия сопла.

Воспользовавшись выражениями (1.74) и (1.76), получим:

$$m_s = f_a \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_i}{g_i} \left[\left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}. \quad (1.77)$$

Из выражения (1.77) следует, что при постоянных параметрах заторможенного газа (p_i, ϑ_i, T_i) массовый расход зависит от отношения p_a/p_i или от выражения в квадратных скобках.

1.11.3 Критическое отношение давлений p_a/p_i

По уравнению (1.77) на рис. 1.8 построена зависимость (аво) массового расхода m_s от отношения давлений $p_a/p_i = \beta$.

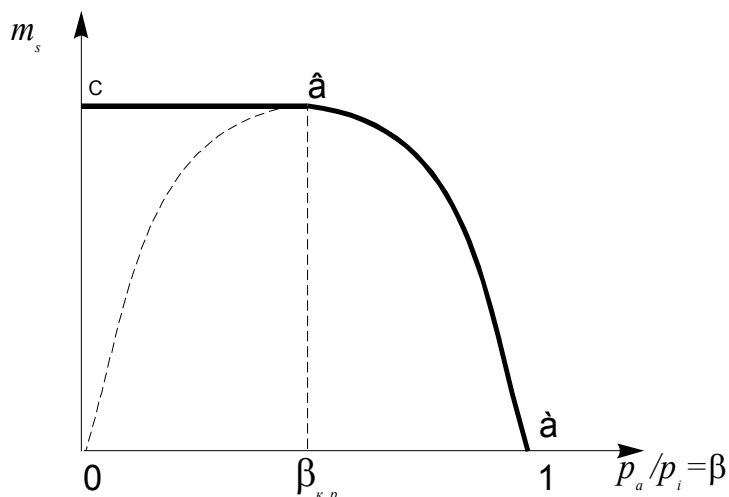


Рисунок 1.8 – Зависимость массового расхода газа через сопло от отношения давлений p_a/p_i

Как следует из уравнения, при $p_a = p_i$ и при $p_a = 0$ массовый расход $m_s = 0$. Следовательно, функция

$$m_s = f(p_a/p_i) = f(\beta)$$

имеет максимум.

Для отыскания максимума функции (при $p_i = \text{const}$) возьмем первую произвольную от выражения в квадратных скобках и приравняем ее нулю:

$$\frac{d}{dp_a} \left[\left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right] = \frac{2}{k} \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k+1}{k} \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k+1}{k}-1} = 0,$$

откуда

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_i} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (1.78)$$

Таким образом, отношение критического давления на выхлопе сопла $p_a = p_i$ к давлению на входе сопла p_i имеет постоянное значение и зависит только от показателя адиабаты, т.е. от природы газа.

Для 2-атомных газов (и воздуха) $k=1,4$ и $\beta_{кр} = 0,528$;

для 1-атомных газов $k = 1,66$ и $\beta_{кр} = 0,49$;

для 3-атомных газов $k = 1,3$ и $\beta_{кр} = 0,546$.

Изменение $\beta_{кр}$ невелико, поэтому для оценочных расчетов можно принять $\beta_{кр} = 0,5$.

Зависимость массового расхода от отношения давлений показана на рис. 1.8 в виде кривой *аво*. Как видно, при $k = 1,4$, $\beta = 0$ и $\beta = 1$ расход газа $m = 0$. При $\beta = 0,528$ (для воздуха) расход газа максимальный $m = m_{max}$ (прямая *вс*). Расхождение теории с действительностью можно пояснить таким образом.

Из физики известно, что изменение давления (упругих деформаций) распространяется в среде со скоростью звука a . На участке *ав* кривой *аво* с уменьшением давления p'_a в емкости 3 (см. рис. 1.7) одновременно уменьшается противодавление сопла ($p_a = p'_a$). В результате этого скорость и массовый расход газа увеличиваются. В точке *в* ($\beta = 0,528$) скорость газа достигает местной скорости звука и какие-либо дальнейшие снижения противодавления p'_a не могут передаваться на выход сопла, так как они сносятся звуковой скоростью. Такое явление называется «запиранием» сопла.

Опасность сверхзвуковых явлений и «запирания» сопла может возникать во многих аппаратах, измерительных приборах систем пневмоавтоматики, когда после достижения звуковой скорости они перестают реагировать на поступление сигнала управления.

1.11.4 Критическая скорость

Покажем, что критическая скорость истечения газа $\omega_{кр}$ равна местной скорости распространения звука в данной среде a . Для этого уравнение (1.78)

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_i} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

подставим в уравнение (1.74 а):

$$\omega_a = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_i \mathcal{G}_i \left[1 - \left(\frac{p_a}{p_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}.$$

В результате получим критическую скорость:

$$\omega_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_i \mathcal{G}_i \left(1 - \frac{2}{k+1} \right)} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_i \mathcal{G}_i \frac{k-1}{k+1}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} RT_i}. \quad (1.79)$$

Формула (1.79) дает возможность определить критическую скорость истечения газа по заданным параметрам на входе сопла (p_i, \mathcal{G}_i или p_i, T_i - параметры заторможенного газа).

Для доказательства того, что $\omega_{kp} = a$ (при параметрах p_{kp}, \mathcal{G}_{kp}) подставим значение p_i :

$$p_i = \frac{p_{kp}}{\beta_{kp}} = p_{kp} \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

в уравнение адиабатного процесса:

$$\mathcal{G}_i = \mathcal{G}_{kp} \left(\frac{p_{kp}}{p_i} \right)^{\frac{1}{k}}.$$

После этого получим:

$$\mathcal{G}_i = \mathcal{G}_{kp} \left[\frac{p_{kp}}{p_{kp} \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{k-1}{k}}} \right]^{\frac{1}{k}} = \mathcal{G}_{kp} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

Подстановка значений p_i, \mathcal{G}_i в уравнение (1.79) дает:

$$\omega_{kp} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} p_{kp} \mathcal{G}_{kp} \frac{k+1}{2}} = \sqrt{kp_{kp} \mathcal{G}_{kp}}. \quad (1.80)$$

Из физики известно, что слабые акустические (звуковые) волны распространяются в идеальном газе со скоростью звука:

$$a = \sqrt{kp\vartheta} = \sqrt{kRT} \quad (1.81)$$

Для воздуха [$k=1,41$; $R = 287$ Дж/(кг·К)] при температуре $T = 273,16$ К ($t = 0^\circ\text{C}$)

$$a = \sqrt{kRT} = \sqrt{1,41 \cdot 287 \cdot 273,16} = 332,5 \text{ м/с.}$$

Сравнивая уравнения (1.80) и (1.81), видим, что $\omega_{kp} = a$.

1.11.5 Движение газа в трубе переменного сечения

Рассмотрим движение идеального газа в трубе переменного сечения. Уравнение неразрывности потока такого газа будет иметь вид

$$\rho\omega f = \text{const},$$

где ρ , ω , f – плотность, скорость, площадь сечения (переменные вдоль потока по координате x).

После дифференцирования этого уравнения по x имеем:

$$\frac{d}{dx}(\rho\omega f) = \rho\omega \frac{df}{dx} + \rho f \frac{d\omega}{dx} + \omega f \frac{d\rho}{dx} = 0,$$

откуда после деления на $\rho\omega f$ получим:

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dx} + \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dx} = 0.$$

На основании уравнения скорости звука $dp/d\rho = a^2$ можно записать:

$$\frac{d\rho}{dx} = \frac{1}{a^2} \frac{dp}{dx},$$

подстановка которого в последнее уравнение дает:

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dx} + \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dx} + \frac{1}{\rho a^2} \frac{dp}{dx} = 0. \quad (1.82)$$

Воспользуемся уравнением Эйлера

$$\omega \frac{d\omega}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx},$$

откуда найдем:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho \omega \frac{d\omega}{dx},$$

подстановка которого в уравнение (1.82) дает:

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dx} + \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dx} - \frac{1}{\rho a^2} \rho \omega \frac{d\omega}{dx} = 0$$

или

$$\omega \frac{1}{f} \frac{df}{dx} = \frac{d\omega}{dx} \left(\frac{\omega^2}{a^2} - 1 \right),$$

или окончательно

$$(M^2 - 1) \frac{d\omega}{dx} = \frac{\omega}{f} \frac{df}{dx}, \quad (1.83)$$

где $M = \omega/a$ - число (критерий) Маха.

Число Маха является мерой сжимаемости газа и играет значительную роль при исследовании потоков, движущихся с большой скоростью (или твердых тел в газообразной среде).

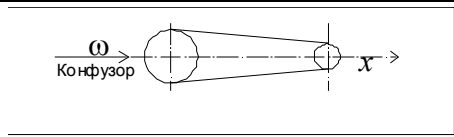
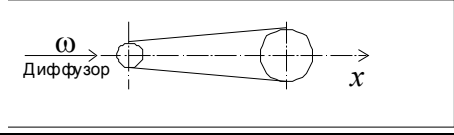
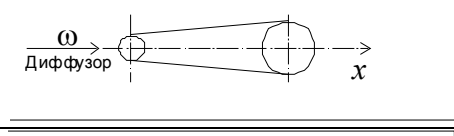
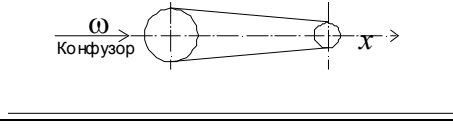
Если $M < 1$, поток называют дозвуковым, если $M > 1$, – сверхзвуковым.

Прежде всего рассмотрим движение при числе $M < 1$, т. е. при дозвуковом потоке. В этом случае величина $M^2 - 1 < 0$ и знак df/dx будет зависеть от знака производной скорости. Как видно из табл. 1.1, в сужающемся канале, или конфузоре, скорость растет, в расширяющемся канале, или геометрическом диффузоре, она убывает. Эта

закономерность общеизвестна и широко наблюдается при движении несжимаемых жидкостей.

При числах Маха $M \succ 1$, т. е. при сверхзвуковом потоке газа, имеем: $M^2 - 1 \succ 0$ и, как видно из табл. 1.1, в сужающейся трубе скорость убывает, а в расширяющейся трубе она растет.

Таблица 1.1 - Параметры течения газа

Число M	Производная скорости	Изменение сечения	
$M \prec 1$	$\frac{d\omega}{dx} \succ 0$	$\frac{df}{dx} \prec 0$	
	$\frac{d\omega}{dx} \prec 0$	$\frac{df}{dx} \succ 0$	
$M \succ 1$	$\frac{d\omega}{dx} \succ 0$	$\frac{df}{dx} \succ 0$	
	$\frac{d\omega}{dx} \prec 0$	$\frac{df}{dx} \prec 0$	

Из анализа уравнения (1.83) и результатов, приведенных в табл. 1.1, можно сделать вывод о том, что для получения сверхзвуковой скорости потока сопло должно быть комбинированным, т. е. состоять из двух частей: конфузора, в котором поток плавно сужается, и диффузора, в котором поток плавно расширяется. Такое комбинированное сопло называется соплом Лаваля (по имени автора – шведского инженера К.Г. Лаваля, 1845-1913 г.)

1.11.6 Температура адиабатного торможения

При измерении температуры газа, движущегося с большой скоростью ω , его температура T существенно отличается от температуры T^* , которую показывает измерительный прибор. Например, если непосредственно в месте установки термпары газ тормозится (сжимается), то его температура адиабатного торможения, которую показывает измерительный прибор, может быть найдена по формуле

$$T^* = T + \frac{\omega^2}{2C_p},$$

где C_p – теплоемкость газа.

Например, если воздух под давлением $p = 0,1$ МПа истекает через отверстие или сопло со скоростью

$$\omega = \sqrt{(2/\rho)p} = \sqrt{(2/1,3) \cdot 0,1 \cdot 10^6} = 400 \text{ м/с}$$

и температура на выходе газа $T = 273$ К (0°C), то при теплоемкости $C_p = 1$ кДж/(кг·К) температура адиабатного торможения составит:

$$T^* = T + \frac{\omega^2}{2C_p} = 273 + \frac{400^2}{2 \cdot 1 \cdot 10^3} = 353 \text{ К } (t^* = 80^\circ\text{C}).$$

1.12 Сжатие газа в компрессоре (идеальный компрессор)

Основной целью термодинамического расчета компрессора является определение затраченной работы и, как следствие, определение мощности приводного двигателя. Схема поршневого компрессора и его теоретическая идеальная диаграмма приведены на рис. 1.9.

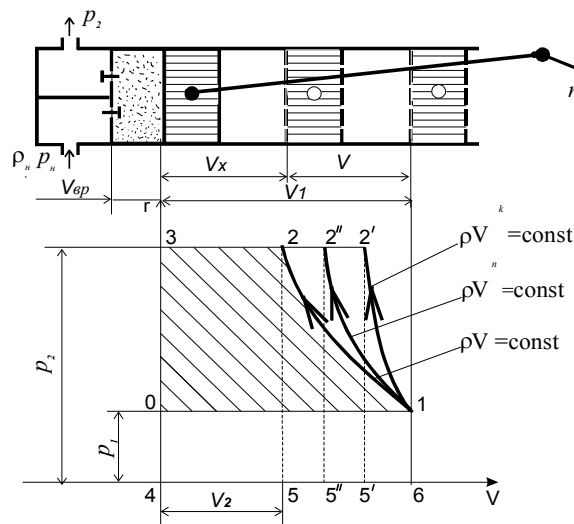


Рисунок 1.9 - Схема компрессора и его теоретическая идеальная диаграмма

При изотермическом процессе работа, затраченная на сжатие газа за один рабочий цикл, графически изображается пл.01230 (см. рис. 1.9).
Полная работа для получения газа равна:

$$L_T = \text{пл. 4325} + \text{пл.5216} - \text{пл.4016}.$$

Пл. 4325 = p_2V_2 - графически изображает работу нагнетания;

пл. 4016 = P_1V_1 - работу всасывания;

пл. 5216 = $\int_{V_1}^{V_2} p dV$ - работу сжатия.

При изотермическом процессе сжатия (пл. 5216) работа определяется:

$$\text{пл. 5216} = L_T = p_1V_1 \ln p_2 / p_1.$$

Учитывая, что при изотермическом процессе $p_2V_2 = p_1V_1$, находим:

$$L_T = -p_2V_2 - p_1V_1 \ln p_2 / p_1 + p_1V_1 = -p_1V_1 \ln p_2 / p_1. \quad (1.84)$$

Работа на привод компрессора равна работе изометрического сжатия (1.84).

При адиабатном сжатии работа на привод компрессора

$$L_q = \frac{k}{k-1} p_1V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right]. \quad (1.85)$$

Для компрессора с политропным сжатием

$$L_n = \frac{n}{n-1} p_1V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n}{n-1}} - 1 \right]. \quad (1.86)$$

Работа на привод компрессора затрачивается, поэтому L отрицательна.

Температура в конце сжатия находится из уравнений:
при адиабатном процессе –

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}; \quad (1.87)$$

при политропном процессе –

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (1.88)$$

1.12.1 Теоретическое исследование подачи реального компрессора

Основная задача термодинамического исследования реального компрессора заключается в установлении зависимости подачи от степени сжатия газа в компрессоре. В идеальном компрессоре принимается равновесное протекание процессов, отсутствие трения, всасывание и нагнетание газа осуществляются при постоянных давлениях p_1 и p_2 , массовая подача постоянна и не зависит от давления нагнетания p_2 , поршень подходит к крышке цилиндра вплотную (нет вредного пространства).

В реальном компрессоре имеется вредное пространство, равное объему $V_{вп}$ между крышкой цилиндра и поршнем в его крайнем положении (см. рис. 1.9), составляющее 4...10% полного объема цилиндра V_1 . Вредное пространство уменьшает подачу компрессора.

Подача компрессора определяется количеством воздуха, всасываемого из атмосферы. Процесс всасывания сопровождается пренебрежимо малым падением давления и температуры и течение газа во всасывающую камеру можно принять изотермическим. При изотермическом процессе

$$\rho_1 = \rho_n (p_1 / p_n),$$

где ρ_1 и p_1 – плотность и давление воздуха во всасывающей камере компрессора (на выходе всасывающего клапана); ρ_n и p_n – плотность и давление наружного воздуха.

Масса воздуха, всасываемого компрессором за единицу времени, кг/с,

$$m = \rho_n (p_1 / p_n) V_1 z n_k / 60, \quad (1.89)$$

где V_1 – объем полости цилиндра в конце хода поршня; z – число поршней; n_k – число оборотов коленчатого вала, об/мин. Зависимость (1.89) не учитывает влияние на подачу реального компрессора давления нагнетания p_2 и вредного пространства $V_{вп}$.

Обычно влияние вредного пространства на подачу компрессора оценивают так называемым объемным коэффициентом полезного действия, представляющим собой отношение $\eta_{об} = V_n / V_1$, где V_n – объем газа, всасываемого из атмосферы. Однако такая оценка не раскрывает физической сущности явления и затрудняет анализ работы компрессора в режиме изменяющегося рабочего давления. В этой связи рассмотрим более подробно влияние вредного пространства на подачу компрессора.

В конце подачи поршень цилиндра занимает крайнее левое положение и во вредном объеме $V_{вп}$ остается газ под давлением нагнетания p_2 (см. рис. 1.9). При выдвигении поршня (процесс всасывания) газ расширяется от давления p_2 до давления всасывания p_1 , которому соответствует некоторый объем цилиндра V_x . Следовательно, на участке движения поршня V_x всасывания газа из атмосферы не происходит. В зависимости от режима работы компрессора и степени охлаждения расширение газа от p_2 до p_1 может быть изотермическим, адиабатным и политропным.

При изотермическом расширении газа

$$p_2 V_{вп} = p_1 (V_{вп} + V_x).$$

Из рисунка следует

$$V_x = V_1 - V.$$

Совместное решение этих уравнений позволяет определить объем газа, всасываемого из атмосферы:

$$V = V_1 - \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) V_{вп}. \quad (1.90)$$

Отсюда можно определить объемный КПД компрессора в зависимости от степени сжатия p_2/p_1 :

$$\eta_{об(Г)} = \frac{V}{V_1} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) \frac{V_{вп}}{V_1}. \quad (1.91)$$

Поскольку массовый расход всасываемого и нагнетаемого газа одинаков, то с учетом вредного пространства в формулу (1.89) вместо V_1 следует подставить V из уравнения (1.90), тогда

$$m_T = \frac{\rho_n}{60} \frac{p_1}{p_n} \left[V_1 - \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) V_{ep} \right] zn_k. \quad (1.92)$$

Как следует из уравнений (1.89)...(1.92), при $V_{ep} = 0$ (идеальный компрессор) подача (1.92) не зависит от давления нагнетания компрессора и $\eta_{об} = 1$. В реальном компрессоре с увеличением V_{ep} подача падает и при некотором значении, вытекающем из уравнения (1.92), становится равной нулю. Отметим, что остаточную энергию газа во вредном пространстве $p_2 V_{ep}$ не следует рассматривать как потерю энергии в компрессоре, так как при последующем расширении газа от p_1 до p_2 на поршень будет действовать сила, направленная в сторону, противоположную силам, преодолеваемым двигателем компрессора. Поэтому $\eta_{об}$ (1.91) характеризует уменьшение подачи компрессора, а не потерю энергии.

Для адиабатного процесса расширения газа от p_2 до p_1 уравнения (1.91) и (1.92) принимают вид:

$$\eta_{об(q)} = 1 - \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right] \frac{V_{ep}}{V_1} \quad (1.93)$$

и

$$m_q = \frac{\rho_n}{60} \frac{p_1}{p_n} \left[V_1 - \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} - 1 \right\} V_{ep} \right] zn_k, \quad (1.94)$$

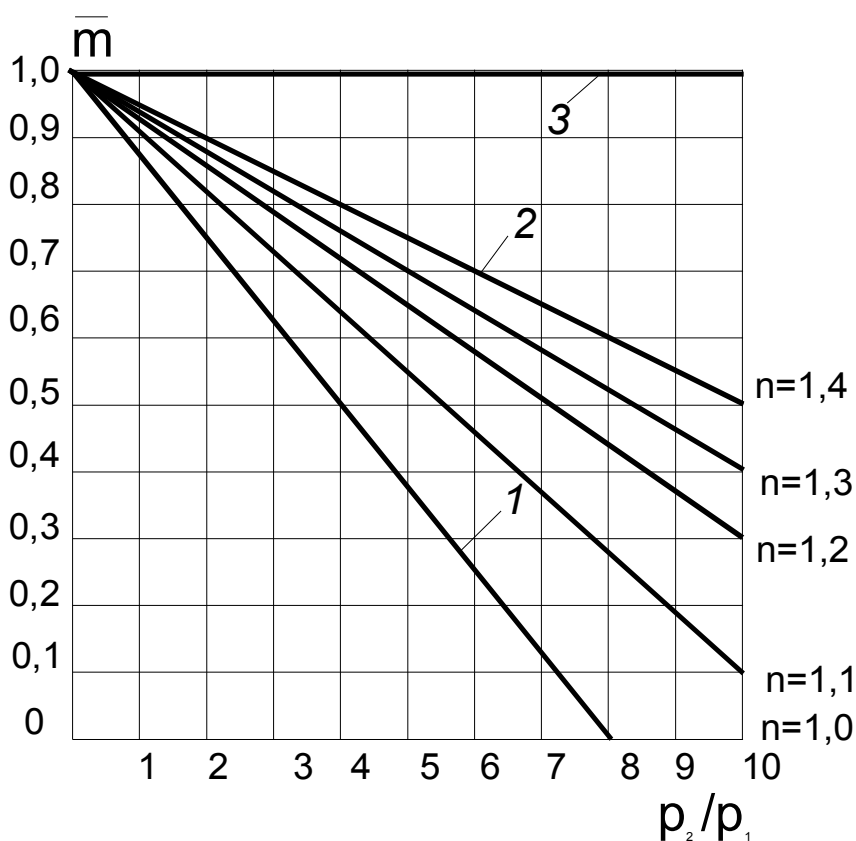
а для политропного процесса:

$$\eta_{об(n)} = 1 - \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \frac{V_{ep}}{V_1} \quad (1.95)$$

и

$$m_{(n)} = \frac{\rho_n}{60} \frac{p_1}{p_n} \left[V_1 - \left\{ \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right\} V_{ep} \right] zn_k. \quad (1.96)$$

На рис. 1.10 в относительных переменных построены зависимости подачи компрессора при изотермическом (прямая 1) и адиабатном (кривая 2) процессах расширения газа от p_2 до p_1 . При построении зависимостей приняты уравнения (1.92) и (1.94). За определяющую принята подача идеального компрессора (1.89). Вредное пространство взято равным $V_{ep}/V_1 = 0,1$. Как можно видеть, подача компрессора зависит не только от рабочего давления p_2 , но и от термодинамического процесса расширения газа в момент всасывания от p_2 до p_1 . Наименьшая подача наблюдается при изотермическом процессе, а наибольшая – при адиабатном. Например, при степени сжатия газа $p_2/p_1 = 8$, весьма характерной для заводских и цеховых компрессорных станций, адиабатная подача (кривая 2) повышает изотермическую подачу (прямая 1) более чем в два раза. В действительности адиабатный или изотермический процесс достичь невозможно и расчет компрессорной станции следует вести при политропном процессе. Кривые с показателем политропы $n = 1,3$; $n = 1,2$ и $n = 1,1$ располагаются между изотермической и адиабатной подачами.



1 - при изотермическом; 2 – при адиабатном процессах расширения газа во всасывающей камере; 3 – подача компрессора ($V_{ep} = 0$)

Рисунок 1.10 – Зависимость подачи компрессора от степени сжатия

Таким образом, в результате исследования процесса всасывания компрессора установлена зависимость подачи от степени сжатия компрессора. При изотермическом и адиабатном процессах подачу компрессора можно установить теоретически по формулам (1.92) и (1.94), а для политропного процесса такая зависимость может быть установлена только экспериментально.

2 ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Теория теплопередачи или теплообмена изучает процессы распространения теплоты в пространстве с неравномерным полем температуры.

Существуют три вида теплообмена: теплопроводность, конвекция и тепловое излучение.

Теплопроводность – это молекулярный перенос теплоты между соприкасающимися телами с различной температурой, при котором происходит обмен энергии структурных частиц (молекул, атомов, электронов). Структурные частицы более нагретого тела, сталкиваясь с соседними частицами, передают им часть своей кинетической энергии. В результате одно из соприкасающихся тел нагревается, а другое охлаждается.

Конвекция осуществляется путем перемещения в пространстве неравномерно нагретых объемов среды. При этом перенос теплоты неразрывно связан с переносом самой среды.

Тепловое излучение характеризуется переносом энергии от одного тела к другому электромагнитными волнами.

Часто все виды переноса теплоты протекают совместно. Например, конвекция всегда сопровождается теплопроводностью. Совместный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называется конвективным теплообменом.

2.1 Теплопроводность. Основные положения теплопроводности

Как отмечалось, теплопроводность определяется тепловым движением микрочастиц. В чистом виде явление теплопроводности проявляется в твердых телах, в неподвижных газах и жидкостях при отсутствии в них конвективных токов.

В газах теплота передается с помощью атомов и молекул. Внутренний механизм этих явлений – хаотическое движение молекул, приводящее к их хаотическому перемешиванию.

В жидкостях и диэлектриках передача теплоты осуществляется в основном упругими волнами, а в металлах основным передатчиком теплоты являются свободные электроны.

Передача теплоты теплопроводностью связана с наличием разности температур. В общем случае уравнение температурного поля имеет вид

$$t = f(x, y, z, \tau),$$

где t - температура; x, y, z - координаты точки; τ - время.

Такое температурное поле называется нестационарным.

Для стационарного поля

$$t = f(x, y, z); t = \text{const} \text{ и } \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

Если соединить все точки тела с одинаковой температурой, то мы получим изотермические поверхности (рис.2.1).

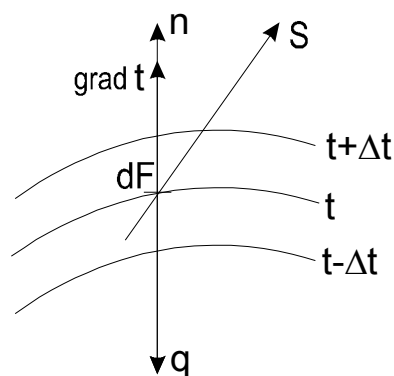


Рисунок 2.1 – Семейство изотерм

Интенсивность изменения температуры в каком-либо направлении характеризуется производной $\partial t / \partial s$, принимающей наибольшее значение в направлении к изотермной поверхности (к площадке dF):

$$(\partial t / \partial s)_{\max} = dt / dn = grad\ t.$$

Вектор $grad\ t$ называется температурным, его направление - в сторону возрастания температуры.

Температура может быть функцией одной, двух и трех координат, соответственно температурное поле может быть одно-, двух- и трехмерным.

Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля:

$$t = f(x); \frac{\partial t}{\partial x} = 0; \frac{\partial t}{\partial y} = 0; \frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$

В основе теории теплопроводности лежит закон Фурье, связывающий перенос теплоты внутри тела с температурным полем.

2.2 Закон Фурье

Согласно гипотезе Фурье количество теплоты d^2Q_τ , проходящее через элемент изотермической поверхности dF за промежуток времени $d\tau$, пропорционально температурному градиенту:

$$d^2Q_\tau = -\lambda \frac{dt}{dn} dF d\tau,$$

где множитель λ называется коэффициентом теплопроводности. Знак минус указывает на то, что теплота передается в направлении уменьшения температуры. Количество теплоты, прошедшее за единицу времени через единицу изотермной поверхности, называется плотностью теплового потока, Вт/м²:

$$q = \frac{d^2Q}{dF d\tau} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} = -\lambda \text{grad } t.$$

Проекции вектора q на координатные оси составят:

$$q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}; q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}; q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}.$$

Количество теплоты, проходящее через изотермическую поверхность F , называется тепловым потоком, Вт:

$$Q = \int_F q df = - \int_F \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF.$$

Полное количество теплоты, прошедшее через эту поверхность за время τ , Дж, равно:

$$Q_\tau = - \int_0^\tau \int_F \lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau.$$

2.3 Коэффициент теплопроводности

Коэффициент теплопроводности является физическим параметром вещества, характеризующим его способность проводить теплоту. Его значение определяется из уравнения (2.1), Вт/(м·К),

$$\lambda = \frac{-d^2 Q_\tau}{(\partial t / \partial n) dF d\tau}. \quad (2.1)$$

Значения коэффициента теплопроводности для различных веществ определяются из справочных таблиц, построенных по экспериментальным данным.

Для представления о порядке величин λ приведем некоторые выборочные данные (табл. 2.1).

Таблица 2.1 – Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м·К), при комнатной температуре

Серебро	394	Асбест листовой	0,1
Медь	330	Бетон	1,1
Алюминий	175	Шлаковая вата	0,06
Латунь	74	Вода	0,47
Чугун	54	Воздух	0,02

Как видно, наилучшими проводниками теплоты являются металлы. При этом для чистых металлов λ прямо пропорционально соответствующим коэффициентам электропроводности.

2.4 Дифференциальное уравнение теплопроводности

В основу вывода дифференциального уравнения положен закон сохранения энергии и закон Фурье. При этом принимается, что тело однородно и изотропно, физические параметры λ, c, ρ постоянны. Внутренние источники теплоты равномерно распределены в теле. Под внутренними источниками теплоты здесь понимают, например, тепловыделение при протекании тока в электрическом проводнике, тепловыделения в элементах ядерных реакторов, при химических реакциях и пр. Внутренние источники теплоты характеризуются величиной q_v , представляющей собой количество теплоты, которое выделяется в единице объема в единицу времени.

Согласно закону сохранения энергии вся теплота, выделенная внутренними источниками $dQ_{вн}$ и внесенная извне путем теплопроводности dQ_m за время $d\tau$, затрачивается на изменение внутренней энергии вещества, содержащегося в этом объеме:

$$dQ_{вн} + dQ_m = dU. \quad (2.2)$$

Для определения теплоты, вносимой путем теплопроводности, выделим в теле элементарный параллелепипед с ребрами dx, dy, dz (рис. 2.2).

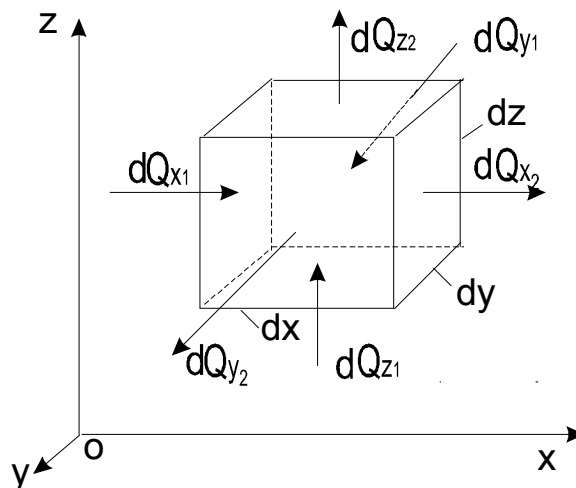


Рисунок 2.2 – К выводу дифференциального уравнения теплопроводности

Количество теплоты, поступающее в элементарный объем в направлении оси ox через элементарную площадку $dy \cdot dz$ за время $d\tau$, составит:

$$dQ_{x1} = q_x dydzd\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau .$$

На противоположной грани параллелепипеда температура повышается на величину $\frac{\partial t}{\partial x} dx$ и составляет: $t + \frac{\partial t}{\partial x} dx$.

Количество теплоты, отведенное через эту грань,

$$dQ_{x2} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} (t + \frac{\partial t}{\partial x} dx) dydzd\tau .$$

Разность теплоты, подведенной и отведенной вдоль оси ox , составит:

$$\begin{aligned} dQ_x = dQ_{x1} - dQ_{x2} &= -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau + \lambda \frac{\partial t}{\partial x} (t + \frac{\partial t}{\partial x} dx) dydzd\tau = \\ &= \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dy dz d\tau . \end{aligned}$$

Аналогичным образом в направлении других координатных осей получим:

$$dQ_y = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dx dy dz d\tau ; \quad dQ_z = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dx dy dz d\tau .$$

Полное количество теплоты, внесенное в параллелепипед путем теплопроводности, составит:

$$dQ_m = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx dy dz d\tau .$$

Количество теплоты, выделенное внутренними источниками,

$$dQ_{\text{вн}} = q_v dx dy dz d\tau = q_v dv d\tau ,$$

где $dv = dx dy dz$ - объем параллелепипеда.

Приращение внутренней энергии можно выразить через массу параллелепипеда ρdv , теплоемкость c и приращение температуры $\frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau$:

$$dU = c\rho dv \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau.$$

Подставляя dQ_m , $dQ_{вн}$ и dU в уравнение (2.2), можно получить:

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + q_v$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}.$$

Величину $\frac{\lambda}{c\rho}$ обозначают буквой a и называют коэффициентом температуропроводности (в квадратных метрах на секунду). С учетом этого окончательно можно записать дифференциальное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho} \quad (2.3)$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho},$$

где выражение $\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$ есть оператор Лапласа (лапласиан).

2.5 Физический смысл уравнения теплопроводности

Физический смысл уравнения (2.3) заключается в том, что оно связывает изменение температуры во времени с ее распределением в пространстве. Зная вблизи какой-либо точки зависимость температуры от координат, можно предсказать, как быстро будет нарастать (или спадать) температура в этой точке при переходе к следующему моменту времени.

Весьма существенно то, что пространственное распределение температуры в уравнении определяется через вторые производные. Чтобы уяснить это, рассмотрим простейший случай одномерного процесса при отсутствии внутренних источников теплоты ($q_v = 0$). В этом случае уравнение (2.3) приобретает более простой вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}.$$

Производная $\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)$ определяет интенсивность изменения градиента температуры ($\partial t / \partial x$), который является мерой интенсивности теплового потока вдоль оси x , так как

$$q_x = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right). \quad (2.4)$$

Поэтому $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ характеризует различие теплового потока, подходящего к данной точке и отходящего от нее. Именно этим различием и обусловлено изменение температуры в данной точке.

С геометрической точки зрения вторая производная $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ является мерой кривизны температурной кривой $x-t$. Следовательно, наибольшая быстрота перестройки температурного поля будет наблюдаться на участке наибольшей кривизны температурной кривой.

Первая производная $\frac{\partial t}{\partial x}$ служит мерой теплового потока q_x (2.4), входящего в данный элемент и выходящего из него. Однако для перестройки температурного поля во времени существенна не абсолютная величина тепловых потоков, а их разность, вызывающая накопление или убыль теплоты в данном элементе.

Процесс перестройки температурного поля должен протекать тем интенсивнее, чем больше коэффициент теплопроводности a . Величина, обратная a , характеризует температурную инерцию вещества.

Для стационарного режима $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ и $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0$ характерной величиной является коэффициент теплопроводности λ .

2.6 Краевые условия (или условия однозначности)

Дифференциальное уравнение теплопроводности (2.3) в самом общем виде описывает все без исключения задачи теплопроводности. Для решения конкретной задачи необходимо к уравнению теплопроводности присоединить математическое описание конкретной задачи. Эти дополнительные данные называются краевыми условиями или условиями однозначности.

Существуют различные условия однозначности:

- 1) **геометрические**, характеризующие форму и размеры тела;
- 2) **физические**, характеризующие физические свойства тела;
- 3) **временные**, характеризующие распределение температуры тела в начальный момент времени;
- 4) **граничные**, характеризующие взаимодействие тела с окружающей средой.

Граничные условия, в свою очередь, могут быть трех родов:

первого рода, когда задается распределение температуры на поверхности тела в функции времени;

второго рода, когда задается плотность теплового потока для всей поверхности тела в функции времени;

третьего рода, когда задаются температура окружающей среды $t_{жс}$ и закон теплоотдачи между поверхностями тела и окружающей средой, определяемый законом Ньютона-Рихмана:

$$d^2 Q_{\tau} = \alpha(t_c - t_{жс})dF d\tau,$$

где α - коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·К);

t_c - температура стенки.

Плотность теплового потока, передаваемого от поверхности тела к жидкости, составит:

$$q = \frac{d^2 Q_\tau}{dF d\tau} = \alpha(t_c - t_{жс}). \quad (2.5)$$

Трудность решения этого уравнения состоит в разработке методики определения коэффициента теплоотдачи α .

2.7 Стационарная теплопроводность

2.7.1 Теплопроводность при граничных условиях первого рода через плоскую стенку

Рассмотрим однородную плоскую стенку толщиной δ , на наружных поверхностях которой поддерживаются постоянные температуры t_{c1} и t_{c2} (см. рис. 2.3).

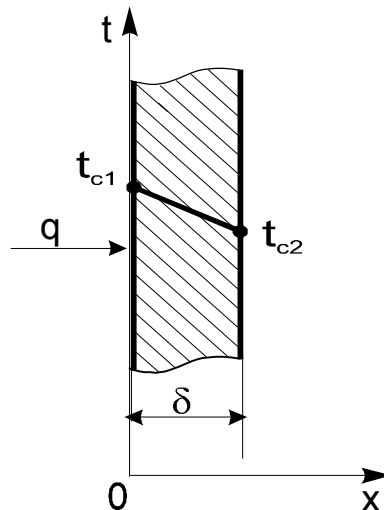


Рисунок 2.3 - Однородная плоская стенка

При такой постановке задача одномерная ($\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0$, $\frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$) и стационарная ($\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$). Тогда при отсутствии источников теплоты ($q_v = 0$) уравнение теплопроводности будет иметь более простой вид:

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0.$$

После первого интегрирования

$$\frac{dt}{dx} = C_1.$$

После второго интегрирования

$$t = C_1x + C_2.$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 найдем из граничных условий первого рода: при $x = 0$ $t = t_{c1}$; при $x = \delta$ $t = t_{c2}$. С учетом этого $C_1 = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}$ и $C_2 = t_{c1}$.

Решением задачи будет:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x.$$

Для определения плотности теплового потока воспользуемся уравнением Фурье, согласно которому

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}.$$

Учитывая, что

$$\frac{dt}{dx} = C_1,$$

получим:

$$q = \lambda \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}. \quad (2.6)$$

Общее количество теплоты, которое передается через поверхность стенки F за время τ , составит:

$$Q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} F \tau. \quad (2.7)$$

Электрическая аналогия. Представим последнее уравнение в такой форме:

$$\frac{Q\tau}{\tau} = Q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{\delta}{\lambda F}}$$

и сравним его с законом Ома:

$$J = \frac{E_1 - E_2}{R},$$

где J - сила электрического тока; $E_1 - E_2$ - разность потенциалов и R - сопротивление проводника. Поскольку разность температур $t_{c1} - t_{c2}$ по смыслу является разностью потенциалов, то количество теплоты Q можно рассматривать как аналог силы тока J , а величину $\delta/(\lambda F)$ - как тепловое сопротивление стенки.

Обозначим:

$$R = \frac{\delta}{\lambda F}, \quad r = \frac{\delta}{\lambda}.$$

Тепловое сопротивление R имеет структуру, аналогичную электрическому сопротивлению $R = \rho l / F$, причем коэффициент λ соответствует электрической проводимости l / ρ . Величина r есть тепловое сопротивление стенки.

Электрическая аналогия широко используется при моделировании тепловых процессов.

2.7.2 Теплопроводность через многослойную плоскую стенку

Рассмотрим стенку, состоящую из трех разнородных слоев, температуры наружных поверхностей стенки t_{c1} и t_{c4} известны. Тепловой контакт между прилегающими слоями предполагается идеальным, а температуру в местах контакта обозначим t_{c2} и t_{c3} (рис. 2.4).

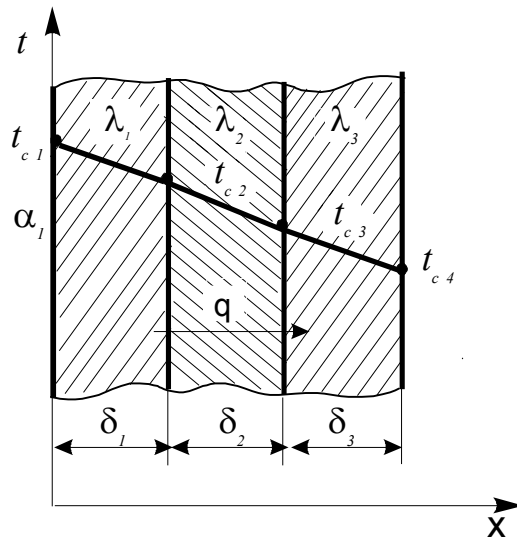


Рисунок 2.4 - Многослойная плоская стенка

При стационарном режиме плотность теплового потока одинакова и равна:

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_{c1} - t_{c2}),$$

$$q = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_{c2} - t_{c3}),$$

$$q = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_{c3} - t_{c4}).$$

Из этих уравнений определим температурные напоры в каждом слое:

$$t_{c1} - t_{c2} = q \frac{\delta_1}{\lambda_1},$$

$$t_{c2} - t_{c3} = q \frac{\delta_2}{\lambda_2},$$

$$t_{c3} - t_{c4} = q \frac{\delta_3}{\lambda_3}.$$

Складывая левые и правые части системы уравнений, получим:

$$t_{c1} - t_{c4} = q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right),$$

откуда плотность теплового потока составит:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}.$$

2.7.3 Теплопроводность через цилиндрическую стенку

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (трубу) длиной l с внутренним радиусом r_1 и наружным r_2 (рис. 2.5).

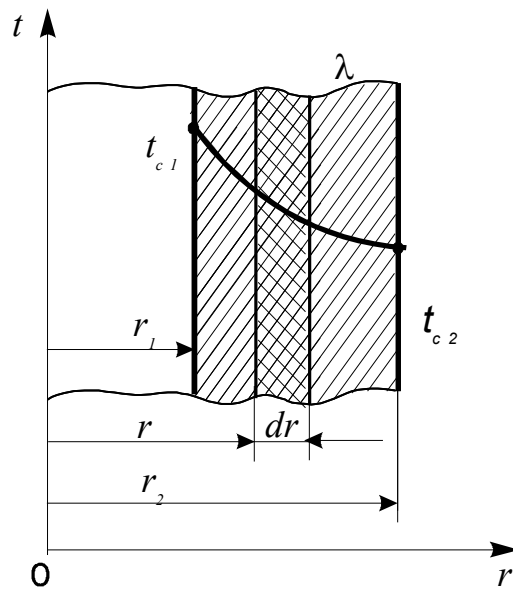


Рисунок. 2.5 - Однородная цилиндрическая стенка

Внутренняя и наружная поверхности поддерживаются при постоянных температурах t_{c1} и t_{c2} (граничные условия первого рода), причем $t_{c1} > t_{c2}$. В этом случае температурное поле будет изменяться только в радиальном направлении и задачу можно считать одномерной, а изотермические поверхности цилиндрическими.

Распределение температур по толщине стенки и количество переданной теплоты можно получить путем интегрирования уравнения

теплопроводности (2.3), выразив оператор Лапласа в цилиндрической системе координат. Для упрощения математических преобразований применим иной метод решения задачи.

Выделим внутри стенки кольцевой слой радиусом r и толщиной dr , ограниченный изотермными поверхностями.

Согласно закону Фурье количество теплоты, проходящее в единицу времени через этот слой, составит:

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -\lambda 2\pi r l \frac{dt}{dr}.$$

Разделяя переменные, получим:

$$dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \frac{dr}{r}.$$

После интегрирования имеем:

$$t = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \ln r + C. \quad (2.8)$$

Для определения постоянной интегрирования C воспользуемся граничными условиями: при $r = r_1$ $t = t_{c1}$; при $r = r_2$ $t = t_{c2}$.

После подстановки граничных условий получим:

$$t_{c1} = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \ln r_1 + C; \quad t_{c2} = -\frac{Q}{2\pi\lambda l} \ln r_2 + C.$$

Вычитая из первого уравнения второе, найдем:

$$Q = \frac{2\pi\lambda l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_{c1} - t_{c2}) = \frac{\pi l (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (2.9)$$

Количество теплоты, проходящее через стенку трубы, может быть отнесено либо к единице длины l , либо к единице внутренней F_1 или наружной F_2 поверхности трубы:

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (2.10)$$

$$q_1 = \frac{Q}{F_1} = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{2\lambda} d_1 \ln \frac{d_2}{d_1}}; \quad (2.11)$$

$$q_2 = \frac{Q}{F_2} = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{2\lambda} d_2 \ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (2.12)$$

Так как площади внутренней и наружной поверхности трубы различны, то различными получаются и значения плотностей тепловых потоков q_1 и q_2 . Взаимная связь между ними определяется соотношением

$$q_1 = \pi d_1 q_1 = \pi d_2 q_2 \text{ или } d_1 q_1 = d_2 q_2.$$

Уравнение температурной кривой внутри стенки получим из уравнения (2.8). Подставляя сюда значения Q и C , имеем:

$$t_r = t_{c1} - \frac{Q}{2\pi\lambda l} \ln \frac{d}{d_1} = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \ln \frac{d}{d_1}, \quad (2.13)$$

где d - текущий диаметр стенки трубы.

Следовательно, в стенке цилиндрической трубы температура изменяется по логарифмическому закону.

2.8 Теплопроводность тел с внутренними источниками теплоты

На практике весьма часто встречаются случаи, когда теплота возникает внутри объема тела за счет внутренних источников, например за счет прохождения электрического тока (нагрев электрических проводников, катушек и других тепловыделяющих элементов). Распределение внутренних источников в объеме тела может быть как равномерным, так и неравномерным, а их мощность q_v представляет собой количество теплоты, выделяемое единицей объема тела в единицу времени. Мощность тепловых источников измеряется в ваттах на кубический метр или в джоулях на кубический метр-секунда.

При наличии внутренних источников теплоты основной задачей является расчет температурного поля внутри тела.

2.8.1 Теплопроводность плоской стенки (пластины)

Рассмотрим плоскую стенку толщиной 2δ , внутри которой имеются равномерно распределенные источники теплоты q_v (рис.2.6).

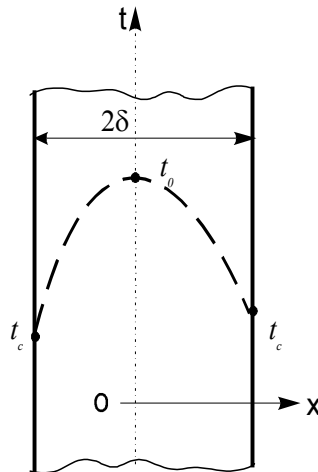


Рисунок. 2.6 – Теплопроводность плоской стенки с внутренними источниками теплоты

Выделившаяся теплота через боковые стенки передается в окружающую среду; температура стенок t_c поддерживается постоянной (граничные условия первого рода).

Из уравнения теплового баланса следует, что при наличии внутренних источников теплоты плотность теплового потока линейно возрастает с увеличением x и равна:

$$q_x = q_v x.$$

Согласно закону Фурье

$$q_x = q_v x = -\lambda \frac{dt}{dx}.$$

Разделяя переменные, имеем:

$$dt = -\frac{1}{\lambda} q_v x dx.$$

После интегрирования получим:

$$t_x = -\frac{1}{2\lambda}q_v x^2 + C.$$

Постоянную интегрирования C найдем из граничных условий. При $x = 0$ $t = t_0 = C$ и уравнение изменения температуры принимает вид

$$t_x = t_0 - q_v \frac{x^2}{2\lambda}. \quad (2.14)$$

При $x = \delta$ $t = t_c$ и последнее уравнение будет иметь вид

$$t_0 - t_c = q_v \frac{\delta^2}{2\lambda} = q_\delta \frac{\delta}{2\lambda}. \quad (2.15)$$

Поставленную задачу (рис.2.7) можно также решить путем интегрирования уравнения теплопроводности (2.3):

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\rho c}.$$

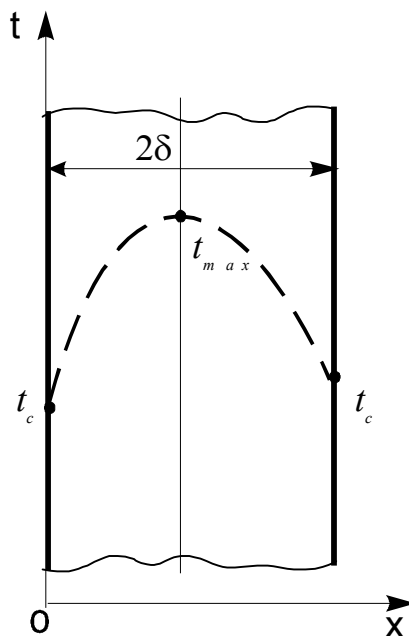


Рисунок 2.7 – К решению задачи при помощи уравнения (2.3)

Для стационарного режима ($\partial t / \partial \tau = 0$) и для одномерного изменения температуры уравнение теплопроводности будет иметь вид

$$a \frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{q_v}{\rho c} = 0$$

или с учетом того, что $a = \lambda / (\rho c)$, имеем:

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0.$$

После первого интегрирования получим:

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q_v}{\lambda} x + C_1.$$

После второго интегрирования имеем:

$$t = -\frac{q_v x^2}{2\lambda} + C_1 x + C_2.$$

Постоянные интегрирования найдем из граничных условий:

$$t = t_c \text{ при } x = 0 \text{ и } t = t_c \text{ при } x = 2\delta.$$

Подставляя первые граничные условия, находим:

$$C_2 = t_c.$$

При подстановке вторых граничных условий получим:

$$t_c = -\frac{q_v 4\delta^2}{2\lambda} + C_1 2\delta + t_c.$$

Отсюда

$$C_1 = \frac{q_v \delta}{\lambda}.$$

Тогда окончательно можно записать закон распределения температуры:

$$t = -\frac{q_v x^2}{2\lambda} + \frac{q_v \delta x}{\lambda} + t_c.$$

Как можно видеть, закон распределения температуры носит параболический характер. С увеличением x температура стенки растет, достигает максимума, а затем уменьшается. Максимальную температуру найдем, приравняв производную $dt/dx = 0$. Имеем:

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q_v x}{\lambda} + \frac{q_v \delta}{\lambda} = 0,$$

откуда $x = \delta$.

С учетом этого получим максимальную температуру:

$$t_{\max} = -\frac{q_v \delta^2}{2\lambda} + \frac{q_v \delta^2}{\lambda} + t_c$$

или окончательно:

$$t_{\max} = t_c + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}. \quad (2.16)$$

2.8.2 Теплопроводность круглого стержня

Рассмотрим бесконечно длинный стержень с радиусом r_0 (рис.2.8).

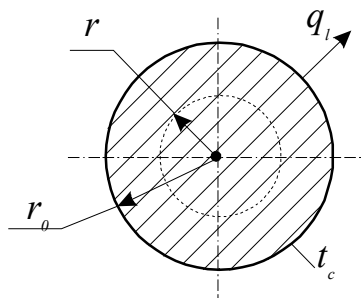


Рисунок 2.8 – Теплопроводность круглого стержня при наличии внутренних источников теплоты

Внутри стержня имеются равномерно распределенные источники теплоты q_v (например, электропровод под током). Выделенная теплота

через внешнюю поверхность стержня передается в окружающую среду. Уравнение теплового баланса для любого цилиндрического элемента радиусом r и длиной l имеет вид

$$2\pi r l q_r = \pi r^2 l q_v$$

или

$$q_r = \frac{1}{2} r q_v.$$

Отсюда следует, что плотность теплового потока пропорциональна радиусу r .

Согласно закону Фурье

$$q_r = -\lambda \frac{dt}{dr} = \frac{1}{2} r q_v.$$

Разделяя переменные, имеем:

$$dt = -\frac{q_v}{2\lambda} r dr.$$

После интегрирования получим температуру t_r в зависимости от радиуса r :

$$t_r = -\frac{q_v}{4\lambda} r^2 + C. \quad (2.17)$$

При $r = 0$ $t_r = t_0 = C$, где t_0 -температура в центре стержня.

С учетом этого

$$t_r = t_0 - \frac{q_v r^2}{4\lambda}. \quad (2.17 \text{ а})$$

При $r = r_0$ $t = t_0$, $C = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}$ и уравнение (2.17) принимает вид

$$t_r = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]. \quad (2.17 \text{ б})$$

Вычитая из уравнения (2.17 а) уравнение (2.17 б), получим перепад температуры по радиусу стержня:

$$t_0 - t_c = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} = \frac{q_l}{4\pi\lambda}, \quad (2.17 \text{ в})$$

где $q_l = q_v \pi r_0^2$.

Пример 2.1. Стержень из нихромовой стали диаметром $d_0 = 10$ мм находится под током $J = 350$ А. На поверхности стержня поддерживается температура $t_c = 50^\circ\text{C}$. Найти температуру t_0 на оси стержня и плотность теплового потока на поверхности стержня q , если коэффициент теплопроводности стали $\lambda = 7,2$ Вт/(м·°С), а ее удельное электрическое сопротивление $\rho_{\text{эл}} = 1,17$ Ом·мм²/м. Определить также, каким должен быть коэффициент теплоотдачи α с поверхности стержня, если температура омывающей среды $t_f = 20^\circ\text{C}$.

Электрическое сопротивление на единицу длины стержня равно:

$$R_l = \frac{\rho_{\text{эл}}}{S} = \frac{4 \cdot 1,17}{\pi \cdot 10^2} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Ом/м.}$$

Тепловой поток на единицу длины стержня составит:

$$q_l = J^2 R_l = 350^2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} = 1885 \text{ Вт/м.}$$

Объемная мощность внутренних источников теплоты равна:

$$q_v = \frac{q_l}{S} = \frac{4 \cdot 1885}{\pi (10 \cdot 10^{-3})^2} = 2,4 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^3.$$

Температуру по оси стержня находим по формуле

$$t_0 = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} = 50 + \frac{2,4 \cdot 10^7 (5 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 7,2} = 50 + 21 = 71^\circ\text{C}.$$

Плотность теплового потока на поверхности стержня определяется по соотношению

$$q = \frac{1}{2} r_0 q_v = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{2} \cdot 10^{-3} \cdot 2,4 \cdot 10^7 = 6 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2.$$

Коэффициент теплоотдачи от поверхности стержня к омывающей среде можно определить на основании формулы Ньютона-Рихмана:

$$q = \alpha(t_c - t_f).$$

Отсюда

$$\alpha = \frac{q}{t_c - t_f} = \frac{6 \cdot 10^4}{50 - 20} = 2000 \text{ Вт/м}^2.$$

2.8.3 Теплопроводность цилиндрической стенки

Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую стенку (трубу) с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2 (рис.2.9).

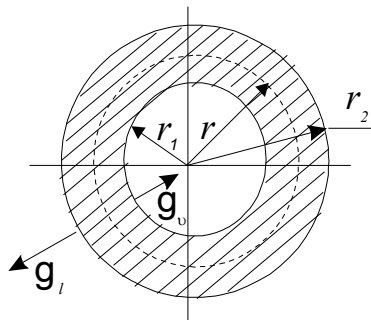


Рисунок 2.9 – Теплопроводность цилиндрической стенки при наличии внутренних источников теплоты

Внутри этой стенки имеются равномерно распределенные источники теплоты q_v . Выделившаяся в стенке теплота может отводиться в окружающую среду только через внешнюю либо только через внутреннюю либо одновременно через обе поверхности трубы.

Теплота отводится через внешнюю поверхность трубы

Выделим в стенке трубы концентрический слой с радиусами r_1 и r . Согласно закону Фурье через поверхность радиуса r переносится тепловой поток, отнесенный к единице длины:

$$q_l = -2\pi r \lambda \frac{dt}{dr},$$

где $q_l = q_v \pi (r^2 - r_1^2)$. Подставляя это значение, получим:

$$dt = \frac{q_v}{2\lambda} \left(\frac{r_1^2}{r} - r \right) dr.$$

После интегрирования имеем:

$$t = \frac{q_v}{2\lambda} \left(r_1^2 \ln r - \frac{r^2}{2} \right) + C.$$

Постоянную интегрирования найдем из граничных условий. При $r = r_1$ $t = t_1$ и $C = t_1 - \frac{q_v}{2\lambda} \left(r_1^2 \ln r_1 - \frac{r_1^2}{2} \right)$.

Подставляя значение C , получим уравнение температурной кривой:

$$t_r = t_1 - \frac{q_v r_1^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^2 - 2 \ln \frac{r}{r_1} - 1 \right]. \quad (2.18)$$

Полагая в этом уравнении $r = r_2$, получим перепад температуры в стенке:

$$t_1 - t_2 = \frac{q_v r_1^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 2 \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right]$$

или

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 &= \frac{q_v (r_2 - r_1)^2}{4\lambda} \left(1 - \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right) = \\ &= \frac{q_l}{4\pi\lambda} \left(1 - \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \ln \frac{r_2}{r_1} \right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Теплота отводится через внутреннюю поверхность трубы

Вывод расчетных формул здесь совершенно такой же, как и в предыдущем случае. Поэтому уравнения для поля температур и температурного перепада здесь будут точно такими же, если в них индексы 1 и 2 меняются на противоположные (т. е. на 2 и 1):

$$t_r = t_2 - \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[2 \ln \frac{r_2}{r} + \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 - 1 \right] - \text{температурная кривая,}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[2 \ln \frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - 1 \right] - \text{перепад температур.}$$

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= \frac{q_v (r_2^2 - r_1^2)}{4\lambda} \left(\frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right) = \\ &= \frac{q_l}{4\pi\lambda} \left(\frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \ln \frac{r_2}{r_1} - 1 \right). \end{aligned} \quad (2.20)$$

2.9 Конвективный теплообмен

2.9.1 Основные понятия и определения

Конвективным теплообменом или теплоотдачей называется процесс переноса теплоты между поверхностью твердого тела и жидкостью.

При этом перенос теплоты осуществляется как теплопроводностью, аналогично твердым телам по закону Фурье, так и конвекцией, представляющей собой движение в пространстве неравномерно нагретых объемов жидкости или газов. По природе возникновения различают два вида движения – **свободное** и **вынужденное**. Свободное движение происходит за счет разности плотностей нагретых и холодных частиц жидкости, находящихся под действием сил тяжести. Свободное движение называют иначе **естественной конвекцией**. Вынужденное движение или вынужденная конвекция возникает под действием возбудителей, например насоса, компрессора и пр. Тепловой поток от стенки к жидкости определяется по закону Ньютона-Рихмана:

$$Q = \alpha (t_c - t_{жс}) F, \quad (2.21)$$

где α - коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·°С);

t_c - температура стенки;

$t_{жс}$ - температура жидкости;

F - теплоотдающая поверхность.

Главная трудность решения уравнения заключается в определении коэффициента теплоотдачи α , который зависит от многих факторов: режима движения (числа Рейнольдса), физических свойств омывающей

жидкости (плотности, вязкости, теплоемкости, теплопроводности), формы и размеров теплоотдающей поверхности и пр.

Определенные трудности возникают также в отношении правильного выбора величины $t_{жс}$. Если тело находится в неограниченном пространстве, то под $t_{жс}$ следует понимать температуру на достаточном удалении от поверхности тела. В других более сложных случаях $t_{жс}$ получает смысл некоторой осредненной температуры.

2.9.2 Теплоотдача при обтекании пластины неограниченным потоком жидкости (классическая или стандартная задача)

При продольном обтекании пластины неограниченным потоком жидкости (рис. 2.10) на ее поверхности образуется тонкий гидродинамический пограничный слой δ_l , режим движения в котором ламинарный.

Рисунок 2.10 – Схема движения жидкости при продольном обтекании пластины неограниченным потоком жидкости.

На некотором расстоянии $x_{кр}$ ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный толщиной δ_T . Переход от ламинарного режима в турбулентный определяется критическим числом Рейнольдса:

$$\text{Re}_{кр} = \frac{\omega_0 x_{кр}}{\nu}. \quad (2.22)$$

По опытным данным $\text{Re}_{кр} = 5 \cdot 10^5$.

Как при ламинарном, так и при турбулентном режимах движения на поверхности пластины скорость движения жидкости равна

нулю ($\omega = 0$). По мере удаления от поверхности пластины эта скорость асимптотически приближается к скорости невозмущенного потока ω_0 .

Расстояние от поверхности до точки, в которой $\omega = (0,95-0,99)\omega_0$, принято принимать за толщину пограничного слоя δ . Следовательно, толщина динамического пограничного слоя является условной величиной.

При ламинарном пограничном слое

$$\delta_l = 5 \frac{x}{\text{Re}_{0,x}^{0,5}} = 5 \left(\frac{vx}{\omega_0} \right)^{0,5}. \quad (2.23)$$

При турбулентном пограничном слое

$$\delta_T = 0,37 \frac{x}{\text{Re}_{0,x}^{0,2}} = 0,37 \left(\frac{vx^4}{\omega_0} \right)^{0,2}. \quad (2.24)$$

Аналогично гидродинамическому пограничному слою существует тепловой пограничный слой толщиной Δ_l , в котором температура жидкости изменяется от температуры стенки t_c до температуры жидкости в натекающем потоке.

В результате обобщения многочисленных опытных данных по теплоотдаче при продольном обтекании пластины получены следующие расчетные зависимости.

При ламинарном режиме течения в пограничном слое местный (локальный) коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения

$$Nu_{x,жс} = 0,33 \text{Re}_{x,жс}^{0,5} \text{Pr}_{жс}^{0,33} (\text{Pr}_{жс} / \text{Pr}_c)^{0,25}. \quad (2.25)$$

Для определения среднего коэффициента теплоотдачи из этого соотношения можно получить зависимость

$$\bar{Nu}_{l,жс} = 0,66 \text{Re}_{l,жс}^{0,5} \text{Pr}_{жс}^{0,33} (\text{Pr}_{жс} / \text{Pr}_c)^{0,25}. \quad (2.26)$$

При турбулентном режиме течения в пограничном слое местный коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения [3]

$$Nu_{x,жс} = 0,03 \text{Re}_{x,жс}^{0,8} \text{Pr}_{жс}^{0,43} (\text{Pr}_{жс} / \text{Pr}_c)^{0,25}. \quad (2.27)$$

Здесь $Nu_{x_{жс}} = \alpha x / \lambda_{жс}$ и $\overline{Nu}_{l_{жс}} = \overline{\alpha} l / \lambda_{жс}$ - местное и среднее число Нуссельта;

$Re_{x_{жс}} = \omega_0 x / \nu_{жс}$ и $Re_{l_{жс}} = \omega_0 l / \nu_{жс}$ - числа Рейнольдса;

$Pr_{жс} = \nu_{жс} / a_{жс}$ и $Pr_c = \nu_c / a_c$ - числа Прандтля.

Средний коэффициент теплоотдачи при турбулентном режиме вытекает из зависимости (2.27):

$$\overline{Nu}_{l_{жс}} = 0,37 Re_{l_{жс}}^{0,8} Pr_{жс}^{0,43} (Pr_{жс} / Pr_c)^{0,25}. \quad (2.28)$$

Индексы “жс” и “с” указывают на то, что физические свойства теплоносителя относятся к температуре жидкости $t_{жс}$ и температуре стенки t_c . Множитель $(Pr_{жс} / Pr_c)^{0,25}$ представляет собой поправку, учитывающую влияние изменения физических свойств теплоносителя с изменением температуры.

Для воздуха $Pr = 0,71$ и расчетные формулы для определения средней теплоотдачи принимают вид:

при ламинарном режиме –

$$\overline{Nu}_{l_{жс}} = 0,57 Re_{l_{жс}}^{0,5}; \quad (2.29)$$

при турбулентном режиме –

$$\overline{Nu}_{l_{жс}} = 0,032 Re_{l_{жс}}^{0,8}. \quad (2.30)$$

Пример 2.2. Гладкая плита шириной $b = 1$ м и длиной $l = 1,2$ м обдувается воздухом со скоростью $\omega_0 = 8$ м/с. Определить средний коэффициент теплоотдачи $\overline{\alpha}$ и полный тепловой поток Q , если температура стенки $t_c = 60^\circ C$ и температура воздуха $t_{жс} = 20^\circ C$.

При $t_{жс} = 20^\circ C$ из справочника находим:

$$\lambda_{жс} = 0,0259 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{C)}; \quad \nu_{жс} = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Определяем режим движения жидкости:

$$\text{Re}_{\text{лж}} = \frac{\omega_0 l}{v_{\text{жс}}} = \frac{8 \cdot 1,2}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 6,35 \cdot 10^5; \quad \text{Re}_{\text{лж}}^{0,8} = 4,48 \cdot 10^4.$$

$\text{Re}_{\text{лж}} > \text{Re}_{\text{кр}} = 5 \cdot 10^5$, следовательно, режим движения турбулентный.

Среднее число Нуссельта находим из уравнения

$$\overline{Nu}_{\text{лж}} = 0,032 \text{Re}_{\text{лж}}^{0,8} = 0,032 \cdot 4,48 \cdot 10^4 = 1,42 \cdot 10^3,$$

откуда средний коэффициент теплоотдачи составит:

$$\overline{\alpha} = \frac{\overline{Nu}_{\text{лж}} \lambda_{\text{жс}}}{l} = \frac{1,42 \cdot 0,0259}{1,2} = 30,6 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}).$$

Тепловой поток, отводимый от плиты, составляет:

$$Q = \overline{\alpha} b l (t_c - t_{\text{жс}}) = 30,6 \cdot 1 \cdot 1,2 (60 - 20) = 1470 \text{ Вт}.$$

2.9.3 Теплоотдача при обтекании пластины струйным потоком жидкости

Обтекание пластины неограниченным потоком жидкости изложено в предыдущем разделе. Такая задача встречается, например, при продольном обтекании пластины ветром, во время движения летательных аппаратов и пр. Характерной особенностью задачи является отсутствие расхода жидкости, который в случае неограниченного потока не имеет физического смысла. В условиях производства чаще всего встречается задача обтекания пластины струйным (ограниченным) потоком, расход которого является определяющим (например, струйная техника, охлаждение технологического оборудования, ускоренное охлаждение листового проката, очистка горячего металла от окалины, нагрев и сушка листового материала, термообработка и пр.).

Течение и теплоотдача при обтекании пластины струйным потоком рассмотрены в работе [5]. Ниже излагаются основные положения и результаты этой работы.

Схема течения рассматривается на рис. 2.11, где, истекая из сопла со скоростью ϖ_0 , плоская незатопленная струя растекается по поверхности пластины.

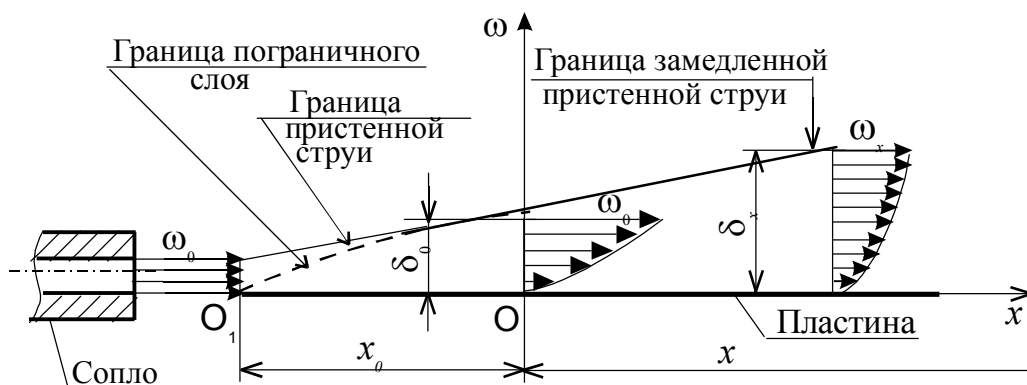


Рисунок 2.11 – Продольное обтекание пластины струйным потоком жидкости

Непосредственно в точке встречи струи с преградой O_1 (критическая точка) формируется пограничный слой. Вследствие того, что расход через границу пограничного слоя по мере удаления от критической точки O_1 растет, а расход истекающей струи постоянен, наступает момент, когда граница пограничного слоя достигает границы замедленного течения струи. Начиная с этого сечения (точка O на рис. 2.11), поток от стенки до границы струи следует считать вязким.

Таким образом, пристенную струю условно можно разделить на два участка: участок формирования пограничного слоя x_0 и далее, вниз по потоку, участок замедленного течения пристенной струи.

Течение и теплоотдача на участке формирования пограничного слоя x_0 могут быть рассчитаны по формулам, полученным при обтекании пластины неограниченным потоком жидкости, приведенным в предыдущем разделе. Длина этого участка определяется по формуле

$$X_0 = \frac{4G^{1,25}}{v_{ж}^{0,25} \omega_0}, \quad (2.31)$$

где G - расход струи (сопла) на единицу ширины пластины, $\text{м}^2/\text{с}$;

$v_{ж}$ - кинематическая вязкость жидкости, $\text{м}^2/\text{с}$;

ω_0 - скорость истечения струи, $\text{м}/\text{с}$.

Методом теории пограничного слоя и аналогии Рейнольдса получены на участке замедленного течения струи в обобщенных переменных:

закон изменения скорости на внешней границе струи -

$$\frac{\omega_x}{\omega_0} = \left[1 + 0,028 \left(\frac{v_{жс}}{G} \right)^{0,25} \frac{x}{\delta_0} \right]^{-1}; \quad (2.32)$$

закон нарастания толщины струи –

$$\frac{\delta_x}{\delta_0} = \left[1 + 0,028 \left(\frac{v_{жс}}{G} \right)^{0,25} \frac{x}{\delta_0} \right]; \quad (2.33)$$

число Рейнольдса –

$$Re = \frac{\omega_x \delta_x}{v_{жс}} = 1,143 \frac{G}{v_{жс}} \quad (2.34)$$

и локальный коэффициент сопротивления –

$$C_f = \frac{2\tau_0}{\rho_{жс} \omega_x^2} = 0,0435 \left(\frac{v_{жс}}{G} \right)^{0,25}. \quad (2.35)$$

Локальный коэффициент теплоотдачи на участке замедленного течения пристенной струи составляет:

$$\alpha_x = \frac{0,025 (G/v_{жс})^{0,75} Pr_{жс}^{0,43}}{\delta_0 + 0,028 (v_{жс}/G)^{0,25} x} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25} \quad (2.36)$$

и средний коэффициент теплоотдачи на участке $x = l$

$$\bar{\alpha} = 0,89 \frac{\lambda_{жс}}{l} \frac{G}{v_{жс}} Pr_{жс}^{0,43} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25} \ln \left[1 + 0,028 \left(\frac{v_{жс}}{G} \right)^{0,25} \frac{l}{\delta_0} \right]. \quad (2.37)$$

Последнее уравнение позволяет решить обратную задачу, а именно - по заданному значению коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ определить необходимый расход жидкости G .

2.9.4 Поперечный удар струи

На рис. 2.12 рассматривается плоскопараллельная струя, направленная по нормам к поверхности пластины, и взят случай, когда смешение жидкости с окружающей средой не происходит.

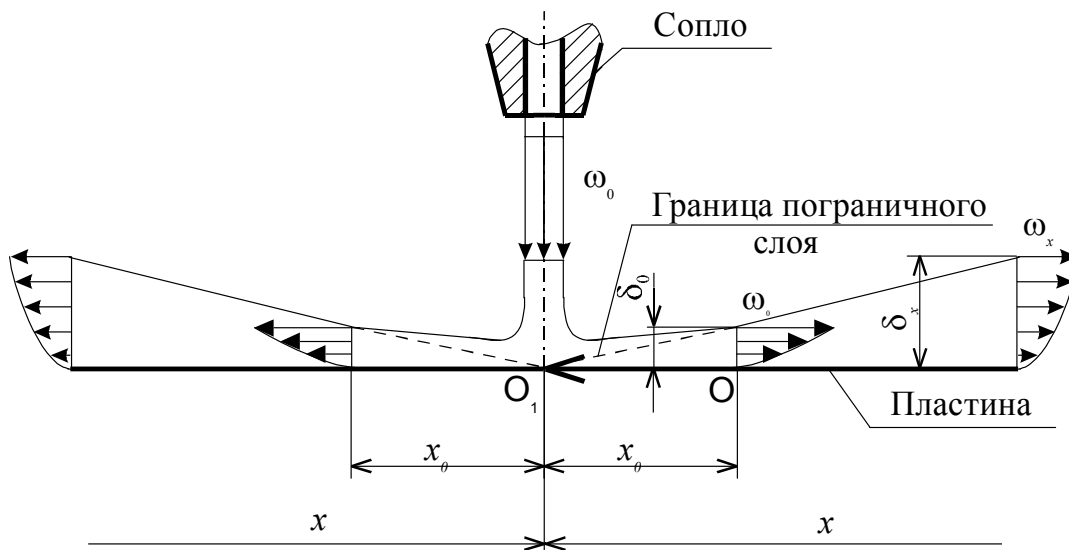


Рисунок 2.12 – Поперечный удар плоскопараллельной струи

При ударе струя разворачивается и движется в обе стороны от критической точки O_1 , образуя пристенные струи, которые по сути совершенно аналогичны струям, возникающим при продольном обтекании пластины. опыты показывают, что течение в зоне разворота является сложным пространственным течением, которое отличается значительным градиентом давления и большой кривизной линий тока. Эта зона имеет размер порядка толщины свободной струи перед соприкосновением ее с плоской поверхностью. Механизм переноса количества движения и теплоты в зоне разворота изучен недостаточно. Однако во многих важных случаях эта зона имеет относительно малую протяженность и влиянием ее на процесс теплообмена можно пренебречь.

Таким образом, пренебрегая зоной разворота, задачу поперечного удара струи можно свести к решению задачи на продольное обтекание пластины струйным потоком, а для ее решения можно воспользоваться вышеприведенными зависимостями.

На практике весьма часто возникает также задача поперечной подачи осесимметричной струи, которая характеризуется более высокой интенсивностью теплообмена. При натекании струи на поверхности преграды образуется веерная пристенная струя с радиальным течением, которую также можно разделить на три зоны: зону разворота, зону

формирования пограничного слоя и зону замедленного течения. Решение этой весьма важной задачи можно найти в литературе [6].

2.10 Теплоотдача при движении жидкости в трубах

Задачи течения и теплоотдачи в трубах имеют особенно большое практическое значение и были предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований. Только на основе экспериментальных исследований течения в трубах стало возможным понимание многих других течений, например при продольном обтекании пластины неограниченным и ограниченным потоком жидкости.

При движении жидкости по трубам возможны два режима течения: ламинарный и турбулентный. Режим течения определяется числом Рейнольдса $Re = \omega d / \nu$. Если $Re < 2000$, то режим течения ламинарный. Развитый турбулентный режим течения устанавливается при $Re > 1 \cdot 10^4$. Теплообмен в трубах определяют в зависимости от режима движения жидкости.

2.10.1 Теплоотдача при ламинарном режиме

При ламинарном режиме перенос теплоты от одного слоя жидкости к другому в направлении нормали к стенке осуществляется путем теплопроводности. В то же время каждый слой имеет разную скорость продольного движения. Поэтому наряду с поперечным переносом теплоты путем теплопроводности происходит также конвективный перенос теплоты в продольном направлении.

Для этих условий расчет среднего коэффициента теплоотдачи производится по формуле

$$\bar{Nu}_{d_{жс}} = 1,4 \left(Re_{d_{жс}} \frac{d}{l} \right)^{0,4} Pr_{жс}^{0,33} (Pr_{жс} / Pr_c)^{0,25}, \quad (2.38)$$

где $\bar{Nu}_{d_{жс}} = \bar{\alpha} d / \lambda_{жс}$; $Re_{d_{жс}} = \omega d / \nu_{жс}$; $Pr_{жс} = \nu_{жс} / a_{жс}$;

$Pr_c = \nu_c / a_c$;

l – длина трубы.

Индексы «жс» и «с» означают, что физические свойства выбираются по средней температуре жидкости и стенки соответственно. Это соотношение справедливо для значений $0,06 < Pr_{жс} < 10$.

2.10.2 Теплоотдача при турбулентном режиме

При турбулентном режиме движения в трубах перенос теплоты внутри жидкости осуществляется в основном путем перемешивания. При этом процесс перемешивания протекает настолько интенсивно, что по сечению ядра потока температура жидкости практически одинакова. Резкое изменение температуры жидкости наблюдается лишь внутри тонкого пограничного слоя у поверхности стенки.

На основе анализа и обобщения результатов многочисленных исследований для расчета средней теплоотдачи получена зависимость (формула Михеева М.А.)

$$\overline{Nu}_{d_{жк}} = 0,021 Re_{d_{жк}}^{0,8} Pr_{жк}^{0,43} (Pr_{жк} / Pr_c)^{0,25} \varepsilon_l. \quad (2.39)$$

За определяющую температуру здесь принята средняя температура жидкости $\bar{t}_{жк}$, а за определяющий размер - эквивалентный диаметр $d_{эк}$, равный:

$$d_{эк} = 4F / \Pi,$$

где F - площадь поперечного сечения канала; Π - смоченный периметр канала.

Для труб круглого сечения эквивалентный диаметр равен геометрическому.

Коэффициент ε_l учитывает изменение коэффициента теплоотдачи по длине l . Если $l/d > 50$, то $\varepsilon_l = 1$. При $l/d < 50$ значение ε_l принимается из справочной литературы.

Приведенная зависимость применима к трубам любой формы поперечного сечения – круглого, квадратного, прямоугольного ($a/b = 1 \dots 40$), кольцевого ($d_2/d_1 = 1 \dots 5,6$) и для жидкостей при $Re_{d_{жк}} = 1 \cdot 10^4 \dots 5 \cdot 10^6$ и $Pr_{жк} = 0,6 \dots 2500$.

2.11 Интенсификация и регулирование теплоотдачи

2.11.1 Теплоотдача в канале между упруго поджатыми соплом и заготовкой

Во многих технологических процессах возникает необходимость автоматического регулирования интенсивности теплообмена во время протекания технологического процесса (термообработка, ускоренное охлаждение листового проката, гидравлическое удаление окалины, охлаждение валков прокатного стана и пр.). Разработан весьма эффективный и экономичный способ регулирования теплоотдачи, при котором технологический процесс ведут соплом, упруго поджатым к обрабатываемой поверхности.

Схема устройства для осуществления способа приведена на рис. 2.13.

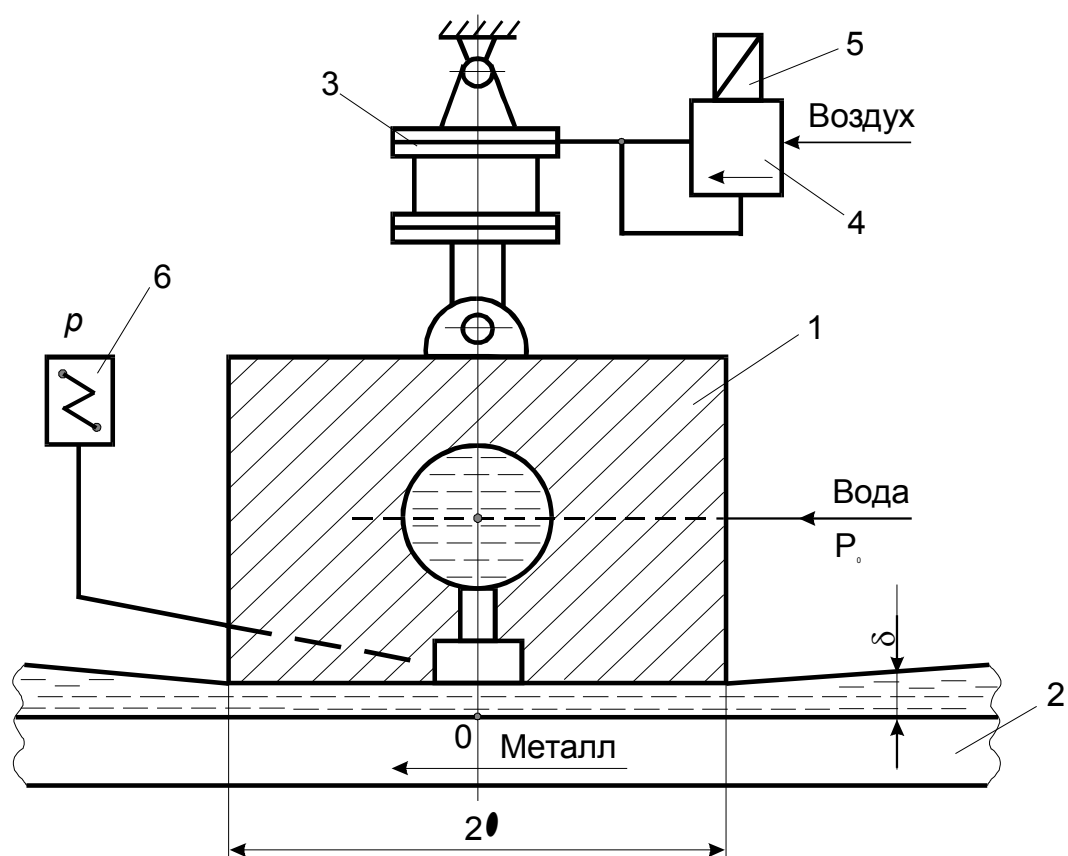


Рисунок 2.13 – Схема устройства для регулировки теплоотдачи

Сопло 1 упруго поджато к поверхности заготовки 2 посредством пневмоцилиндра 3, усилие которого автоматически настраивается регулятором давления 4 с электропневматическим преобразователем 5. Давление обратной связи p регистрируется электрическим датчиком давления 6.

В рассматриваемом случае более интенсивному теплообмену способствуют следующие факторы: вода не смешивается с окружающим воздухом и исключена возможность отрыва потока от поверхности заготовки; влияние противоположной стенки (опорной поверхности сопла) усиливает турбулентные пульсации, проникающие в пограничный слой на поверхности заготовки; избыточное давление в канале p повышает температуру насыщения жидкости и, следовательно, увеличивает теплоотдачу; возможность автоматического регулирования усилия поджатия сопла обеспечивает наиболее рациональный закон термообработки.

Идея нового способа и его математическая модель рассмотрены в работе [7]. Ниже излагаются основные положения и результаты этой работы.

При выводе теоретических зависимостей приняты допущения, позволяющие сложное течение между поверхностями сопла и заготовки свести к более простому и хорошо изученному течению жидкости в прямоугольных трубах.

Для определения среднего по длине коэффициента теплоотдачи на основании формулы А.М. Михеева можно получить:

$$\bar{\alpha} = 0,018 \frac{\lambda_{жс}}{\delta^{0,2}} \left(\frac{\omega}{v_{жс}} \right)^{0,8} Pr_{жс}^{0,43} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}, \quad (2.40)$$

где δ – толщина слоя охладителя между поверхностями сопла и заготовки.

Как следует из уравнения (2.40), при сближении стенок канала коэффициент теплоотдачи стремится к бесконечности. Между тем экспериментальные исследования не согласуются с отмеченным явлением. Причины расхождения теории с экспериментом пытаются объяснить влиянием турбулентных пульсаций, амплитуда которых уменьшается с приближением стенок канала [8].

Для выяснения физической сущности наблюдаемого явления, используя уравнение Бернулли, исключим из уравнения (2.40) среднюю скорость движения жидкости в канале ω . Тогда получим:

$$\bar{\alpha} = 0,018 \frac{\lambda_{жс}}{v_{жс}^{0,8}} \left(\frac{2p_0}{\rho} \right)^{0,4} \left[4(1 + \zeta_0) \frac{\delta^{2,5}}{f_y^2} + \zeta_m \delta^{0,5} + 0,5\lambda \frac{l}{\delta^{0,5}} \right]^{-0,4}, \quad (2.41)$$

где p_0 – рабочее давление жидкости;

ρ – плотность жидкости;

ζ_0 – коэффициент сопротивления отверстия для истечения жидкости;

$f_y = fZ/b$ – конструктивный параметр сопла;

f – площадь отверстия для истечения жидкости;

Z – число отверстий;

b – ширина сопла;

ζ_m – коэффициент потерь при разделении и развороте потока;

λ – коэффициент потерь по длине канала;

l – длина канала.

Как следует из уравнения (2.41), с увеличением δ коэффициент теплоотдачи растет, достигает максимума, а затем уменьшается. Максимум $\bar{\alpha}$ будет наблюдаться при толщине слоя охладителя:

$$\delta = \delta_\alpha = \left\{ (\lambda l - 2\zeta_m \delta_\alpha) f_y^2 / [40(1 - \zeta_0)] \right\}^{1/3}. \quad (2.42)$$

Практически $l\lambda \gg 2\zeta_m \delta_\alpha$ Тогда приближенно можно записать:

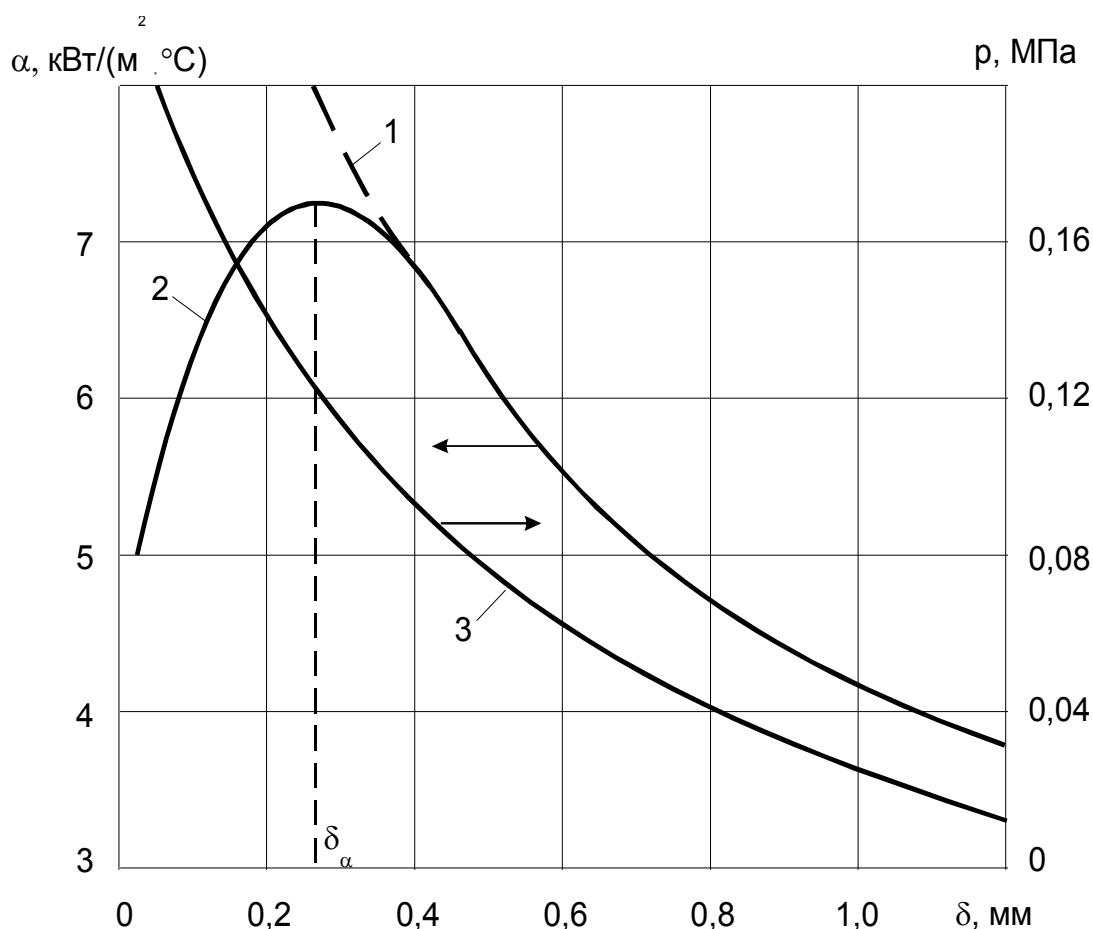
$$\delta_\alpha \approx \sqrt[3]{\frac{\lambda f_y^2}{40(1 + \zeta_0)}}. \quad (2.43)$$

Таким образом, обнаружен оптимальный режим работы сопла, который возникает при толщине слоя охладителя, определяемой на основании уравнения (2.42). Наибольшее влияние на δ_α оказывает конструктивный параметр f_y , который принимается на стадии проектирования сопла.

Давление в критической точке 0, регистрируемое электрическим датчиком давления, (давление обратной связи) определяется из уравнения

$$p = \frac{\lambda f_y^2 p_0}{8(1 + \zeta_0)\delta^3 + 2\zeta_m f_y^2 \delta + \lambda f_y^2}. \quad (2.44)$$

Зависимости коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ и давления в критической точке p от толщины слоя охладителя δ приведены на рис. 2.14, где при $\delta = \delta_\alpha$ коэффициент теплоотдачи достигает максимального значения.



1 - (2,39); 2 - (2,40); 3 - (2,43);

Рисунок 2.14 – Давление на поверхность заготовки и коэффициент теплоотдачи в зависимости от толщины слоя охладителя ($p_0 = 0,5 \text{ МПа}$)

Пример 2.3. Определить толщину слоя охладителя между поверхностями упруго поджатого сопла и заготовки (см. рис. 2.13), соответствующую максимальному значению коэффициента теплоотдачи, если конструктивный параметр сопла $f_y = 0,5 \text{ см}$, длина канала $l = 40 \text{ см}$, коэффициент потерь по длине канала $\lambda = 0,045$, коэффициент сопротивления отверстия $\zeta_0 = 0,1$. Определить также давление в критической точке 0 разворота потока, если коэффициент потерь при развороте $\zeta_m = 0,25$.

Толщина слоя охладителя по приближенной формуле (2.43) составит:

$$\delta = \delta_\alpha = \sqrt[3]{\frac{\lambda f_y^2}{40(1 + \zeta_0)}} = \sqrt[3]{\frac{0,045 \cdot 40 \cdot 0,5}{40(1 + 0,25)}} = 0,26 \text{ см} = 2,6 \text{ мм.}$$

Давление в критической точке при $\delta = \delta_\alpha$ найдем по формуле (2.44):

$$\begin{aligned} \bar{p} = \frac{p}{p_0} &= \frac{\lambda f_y^2}{8(1 + \zeta_0)\delta_\alpha^3 + 2\zeta_m f_y^2 \delta_\alpha + \lambda f_y^2} = \\ &= \frac{0,045 \cdot 40 \cdot 0,5^2}{8(1 + 0,1) \cdot 0,26^3 + 2 \cdot 0,25^2 \cdot 0,26 + 0,045 \cdot 40 \cdot 0,5^2} = 0,7. \end{aligned}$$

2.12 Теплоотдача при свободной конвекции

Движение жидкости вследствие разности плотностей нагретых и холодных частиц называется свободной конвекцией. Например, при соприкосновении воздуха с нагретым телом воздух нагревается, становится легче и по закону Архимеда поднимается вверх. Если же тело холоднее воздуха, тогда, наоборот, от соприкосновения с ним воздух охлаждается, становится тяжелее и опускается вниз.

При свободной конвекции в пограничном слое температура жидкости изменяется от температуры стенки t_c до температуры жидкости $t_{жс}$, а скорость - от нуля у стенки проходит через максимум и на большом расстоянии от стенки снова становится равной нулю (рис. 2.15). Вначале толщина нагретого слоя мала и здесь наблюдается струйный, ламинарный режим. В направлении движения толщина нагретого слоя нарастает, и ламинарный слой постепенно переходит в турбулентный с отрывом вихрей от стенки. С изменением характера движения изменяется и теплоотдача. При ламинарном движении вследствие увеличения толщины пограничного слоя коэффициент теплоотдачи по направлению движения убывает, а при турбулентном он резко возрастает и затем по высоте остается постоянным (рис. 2.16).

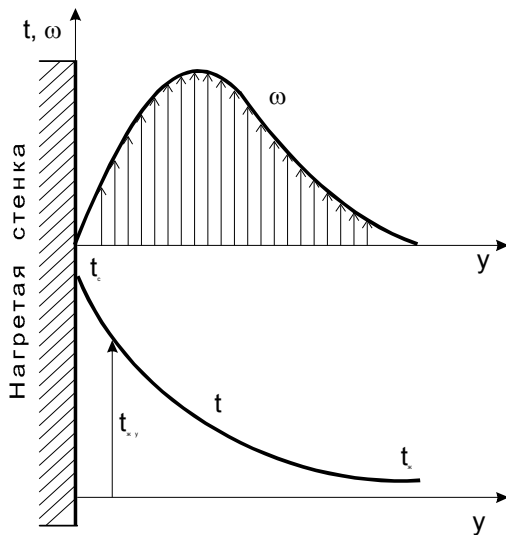


Рисунок 2.15 – Изменение температуры $t_{ж}$ и скорости ω при свободном движении среды вдоль нагретой вертикальной стенки

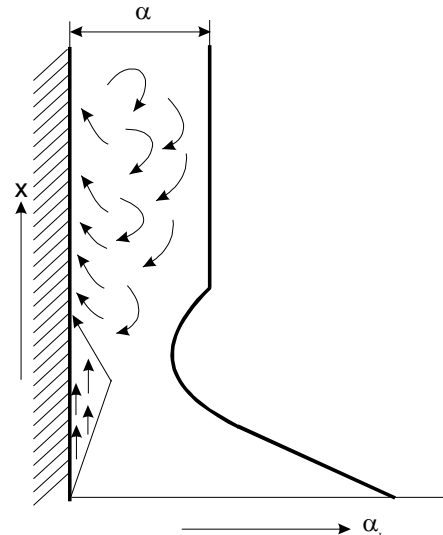


Рисунок 2.16 – Изменение коэффициента теплоотдачи по высоте трубы или пластины при свободном движении среды

По изучению интенсивности теплообмена в условиях свободного движения были проведены исследования с разными телами и различными жидкостями. В результате обобщения опытных данных получены уравнения подобия для средних значений коэффициента теплоотдачи. В критериальной форме эти уравнения выражаются через число Грасгофа, характеризующее отношение подъемной силы, возникающей в следствие теплового расширения среды, к силам вязкости:

$$Gr = g\beta\Delta t \frac{l^3}{\nu^2}, \quad (2.45)$$

где g – ускорение свободного падения;

β – температурный коэффициент объемного расширения среды;

Δt - характерный температурный напор;

l – характерный линейный размер системы;

ν - кинематический коэффициент вязкости.

Во всех формулах в качестве определяющей температуры принята температура окружающей среды $t_{ж}$. В качестве определяющего размера для горизонтальных труб принят диаметр d , а для вертикальных поверхностей – высота h .

Закономерность средней теплоотдачи для горизонтальных труб диаметром d при $10^3 < Gr_{d,ж} Pr_{ж} < 10^8$ имеет вид [3]

$$\overline{Nu}_{d_{ж}} = 0,50(Gr_{d_{ж}} Pr_{ж})^{0,25} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}, \quad (2.46)$$

а для вертикальных поверхностей (трубы, пластины) следующий вид:
при $10^3 < Gr_{h_{ж}} Pr_{ж} < 10^9$ (ламинарный режим) –

$$\overline{Nu}_{h_{ж}} = 0,76(Gr_{h_{ж}} Pr_{ж})^{0,25} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}; \quad (2.47)$$

при $Gr_{h_{ж}} Pr_{ж} > 10^9$ (турбулентный режим) –

$$\overline{Nu}_{h_{ж}} = 0,15(Gr_{h_{ж}} Pr_{ж})^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}. \quad (2.48)$$

Для газов $Pr = \text{const}$, $Pr_{ж}/Pr_c = 1$, поэтому все приведенные выше расчетные формулы упрощаются.

Для воздуха $Pr = 0,7$ и соотношения (2.46) – (2.48) принимают вид:

$$\overline{Nu}_{d_{ж}} = 0,46Gr_{d_{ж}}^{0,25}, \quad (2.46a)$$

$$\overline{Nu}_{h_{ж}} = 0,695Gr_{h_{ж}}^{0,25}, \quad (2.47a)$$

$$\overline{Nu}_{h_{ж}} = 0,133Gr_{h_{ж}}^{0,33}. \quad (2.48a)$$

Пример 2.4. Определить потерю теплоты путем конвекции вертикальным неизолированным паропроводом диаметром $d = 100$ мм и высотой $h = 4$ м, если температура наружной стенки $t_c = 170^\circ\text{C}$, а температура среды (воздуха) $t_{ж} = 30^\circ\text{C}$. При $t_{ж} = 30^\circ\text{C}$ имеем $\lambda_{ж} = 0,0267$ Вт/(м \cdot $^\circ\text{C}$); $\nu_{ж} = 16 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $Pr_{ж} = 0,7$; $Pr_{ж}/Pr_c = 1$;
 $\beta = \frac{1}{303} \frac{1}{^\circ\text{C}}$.

$$Gr_{h_{ж}} = \frac{\beta h^3 g \Delta t}{\nu^2} = \frac{4^3 \cdot 9,81(170 - 30)}{303 \cdot 16 \cdot 10^{-6}} = 1,135 \cdot 10^{12};$$

$$Gr_{h_{ж}} Pr_{ж} = 1,135 \cdot 10^{12} \cdot 0,7 = 8,0 \cdot 10^{11}.$$

Подставляя эти значения в выражение (2.48), получаем:

$$\overline{Nu}_{h_{ж}} = 0,15(8,0 \cdot 10^{11})^{0,33} = 140,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{Nu}_{h_{жс}} \cdot \lambda_{жс}}{h} = \frac{140 \cdot 0,0267}{4} = 9,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°C}).$$

Искомая потеря теплоты составит:

$$Q = \bar{\alpha} F (t_c - t_{жс}) = 9,3 \cdot 3,14 \cdot 0,1 (170 - 30) \cdot 4 = 1620 \text{ Вт}.$$

Пример 2.5. Для обогрева помещения используют трубу, в которой протекает горячая вода. Рассчитать конвективный коэффициент теплоотдачи и конвективный тепловой поток, если размеры трубы: $d_n = 0,1$ м, $l = 10$ м, а температура стенки трубы $t_c = 85^\circ\text{C}$ и окружающего воздуха $t_{жс} = 20^\circ\text{C}$.

Теплофизические свойства воздуха при $t_{жс}$ и t_c :
 $\lambda_{жс} = 2,59 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{°C})$; $\nu_{жс} = 15,06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\text{Pr}_{жс} = 0,703$;
 $\text{Pr}_c = 0,691$; $\beta_{жс} = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ 1}/^\circ\text{C}$.

Безразмерное число Грасгофа:

$$Gr_{жс} = \frac{g \beta_{жс} (t_c - t_{жс}) d_n^3}{\nu_{жс}^2} = \frac{9,81 \cdot 3,4 \cdot 10^{-3} (85 - 20) \cdot 0,1^3}{(15,06 \cdot 10^{-6})^2} = 9,56 \cdot 10^6.$$

Согласно формуле (2.46)

$$\begin{aligned} \bar{Nu}_{жс} &= 0,50 (Gr_{жс} \text{Pr}_{жс})^{0,25} (\text{Pr}_{жс} / \text{Pr}_c)^{0,25} = \\ &= 0,5 (9,56 \cdot 10^6 \cdot 0,703)^{0,25} \cdot (0,703 / 0,691)^{0,25} = 25,6. \end{aligned}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{Nu}_{жс} \lambda_{жс}}{d_n} = \frac{25,6 \cdot 2,59 \cdot 10^{-2}}{0,1} = 6,63 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°C}).$$

$$Q = \bar{\alpha} \pi d_n l (t_c - t_{жс}) = 6,63 \cdot 3,14 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot (85 - 20) = 1353 \text{ Вт}.$$

2.13 Лучистый теплообмен

2.13.1 Описание процесса и основные определения

Тепловое излучение – это результат превращения внутренней энергии тел в энергию электромагнитных колебаний. При попадании тепловых лучей (волн) на другое тело их энергия частично поглощается им, снова превращаясь во внутреннюю.

Тепловое излучение, как процесс распространения электромагнитных волн, характеризуется длиной волны λ и частотой колебаний $\nu = c/\lambda$, где c – скорость света (в вакууме $c = 300000$ км/с). В зависимости от диапазона длин волн такие излучения известны под разными названиями: рентгеновские, ультрафиолетовые, световые, инфракрасные лучи, радиоволны. В действительности какой-либо границы по длинам волн не существует.

Тепловое излучение может испускаться по всем длинам волн – от самых коротких до предельно длинных. Однако при встречающихся в технике температурах наибольший интерес представляют те лучи, возникновение которых определяется только температурой и оптическими свойствами излучающего тела. Такими свойствами обладают световые и инфракрасные лучи с длиной волны приблизительно от 0,5 до 800 мкм. Эти лучи и называют тепловыми, а процесс их распространения – тепловым излучением.

Тепловой поток, излучаемый на всех длинах волн с единицы поверхности тела по всем направлениям, называется поверхностной плотностью потока интегрального излучения E (ватт на квадратный метр). Она определяется природой данного тела и его температурой.

Часть энергии излучения $E_{над}$, падающей на тело, (рис. 2.17) поглощается (E_A), часть отражается (E_R), и часть проникает сквозь него (E_D).

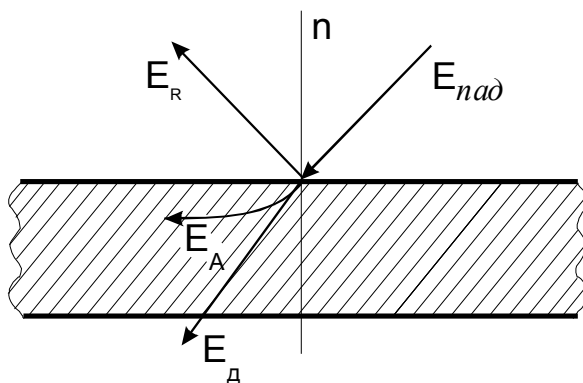


Рисунок 2.17 – Схема распределения падающей лучистой энергии

Таким образом,

$$E_A + E_R + E_D = E_{пад}.$$

Деля обе части этого уравнения на $E_{пад}$, получим:

$$E_A/E_{пад} + E_R/E_{пад} + E_D/E_{пад} = 1$$

или получим уравнение теплового баланса в безразмерной форме:

$$A + R + D = 1.$$

Первый член последнего уравнения характеризует собой **поглощательную способность A** , второй – **отражательную способность R** и третий – **пропускательную способность тела D** . Все эти величины изменяются лишь в пределах от 0 до 1.

Если $A = 1$, то $R = 0$ и $D = 0$; это означает, что вся падающая лучистая энергия полностью поглощается телом. Такие тела называются **абсолютно черными**.

Если $R = 1$, то $A = 0$ и $D = 0$; это означает, что вся падающая лучистая энергия полностью отражается. При этом, если отражение следует законам геометрической оптики, тела называются **зеркальными**, если же отражение диффузное – **абсолютно белыми**.

Если $D = 1$, то $A = 0$ и $R = 0$; это означает, что вся падающая лучистая энергия полностью проходит сквозь тело. Такие тела называются **прозрачными** или диатермичными.

В большинстве твердых и жидких тел поглощение тепловых лучей завершается в тонком поверхностном слое, т.е. не зависит от толщины тела. Для этих тел тепловое излучение рассматривается как поверхностное явление. В газе процесс лучистого теплообмена носит объемный характер. Коэффициент поглощения газа зависит от размера газового объема и давления газа, т. е. от концентрации поглощающих молекул.

Если на тело извне не падает никаких лучей, то с единицы поверхности тела отводится лучистый поток энергии E_1 (ватт на квадратный метр), который полностью определяется температурой и физическими свойствами тела. Это **собственное излучение** тела. Однако обычно со стороны других тел на рассматриваемое тело падает лучистая энергия в количестве E_2 - это **падающее излучение**. Часть падающего излучения в количестве $A_1 E_2$ поглощается телом – **поглощенное излучение**; остальное в количестве $(1 - A_1) E_2$ отражается – **отраженное излучение** (рис. 2.18). Собственное излучение тела в сумме с отраженным называется **эффективным излучением** тела:

$E_{эф} = E_1 + (1 - A_1)E_2$ - это фактическое излучение тела, которое мы ощущаем или измеряем приборами, оно больше собственного на величину $(1 - A_1)E_2$.

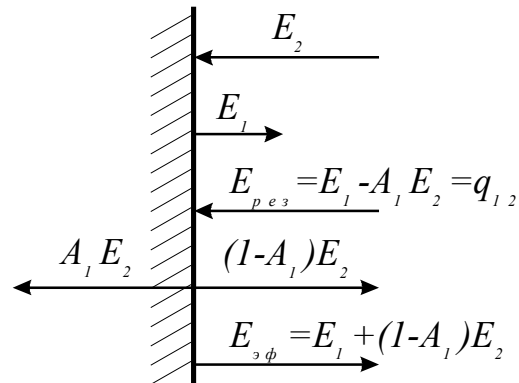


Рисунок 2.18 – К определению видов теплового излучения

Результирующее излучение E_{pez} представляет собой разность между собственным излучением тела и той частью падающего внешнего излучения E , которая поглощается данным телом:

$$E_{pez} = E_1 - A_1 E_2.$$

Величина E_{pez} определяет поток энергии, который данное тело передает окружающим его телам. Если $E_{pez} < 0$, это значит, что тело в результате лучистого теплообмена получает энергию.

2.13.2 Основные законы теплового излучения

Закон Планка. Интенсивность излучения абсолютно черного тела и любого реального тела зависит от температуры и длины волны. Абсолютно черное тело при данной температуре испускает лучи всех длин от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$. Планк теоретически установил следующий закон изменения спектральной излучательности абсолютно черного тела в зависимости от температуры и длины волны:

$$E_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1}, \quad (2.49)$$

где λ - длина волны, м; T - абсолютная температура тела, К; e - основание натуральных логарифмов; $c_1 = 3,74 \cdot 10^{-16}$ Вт·м² - первая постоянная Планка; $c_2 = 1,44 \cdot 10^{-2}$ м·К - вторая постоянная Планка.

Здесь и в дальнейшем все характеристики абсолютно черного тела записываются с индексом «нуль».

Длина волны λ , отвечающая максимальному значению $E_{0\lambda}$, определяется **законом смещения Вина**:

$$\lambda_{\max} T = 2,9 \cdot 10^{-3}. \quad (2.50)$$

Единица измерения произведения $\lambda_{\max} T$ - метр-кельвин.

Для реальных тел изменение плотности потока излучения от длины волны и температуры может быть установлено только экспериментально. При этом, если для всех длин волн $E_{\lambda} / E_{0\lambda} = \text{const}$, то такое излучение называется **серым**. Опыт показывает, что изучение многих технических материалов практически можно рассматривать как серое излучение.

Закон Стефана-Больцмана. Закон был установлен опытным путем Стефаном (1879 г.) и обоснован теоретически Больцманом (1881 г.). Он устанавливает зависимость плотности потока интегрального излучения от температуры:

$$E_0 = \sigma_0 T^4, \quad (2.51)$$

где $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная Стефана-Больцмана.

В технических расчетах этот закон применяется в более удобной форме:

$$E_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (2.52)$$

где c_0 - коэффициент излучения абсолютно черного тела,

$$c_0 = \sigma_0 \cdot 10^8 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4). \quad (2.53)$$

Закон Стефана-Больцмана (2.52) – (2.53) справедлив только для абсолютно черных тел. Однако опыты показали, что этот закон может быть применен и к реальным телам. В этом случае он принимает вид

$$E = c \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (2.54)$$

Для различных тел коэффициент излучения c различен. Его величина всегда меньше c_0 и может изменяться от 0 до 5,67.

Отношение

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{c}{c_0}$$

называется **степенью черноты** ε . Его значение - в пределах от 0 до 1. Зная ε , легко подсчитать поток собственного излучения:

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (2.55)$$

Закон Кирхгофа. Закон Кирхгофа устанавливает связь между собственным излучением тела и его поглотительной способностью. Эту связь можно установить из рассмотрения двух параллельных пластин, между которыми происходит лучистый теплообмен (рис.2.19).

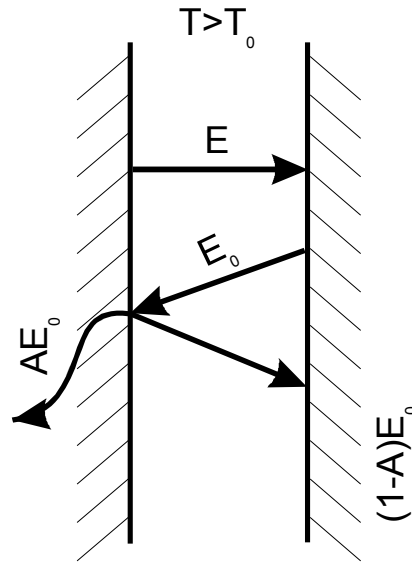


Рисунок 2.19 – К выводу закона Кирхгофа

С единицы левой поверхности в единицу времени излучается энергия в количестве E . Попадая на черную поверхность, эта энергия полностью поглощается. В это же время черная поверхность излучает

энергию в количестве E_0 . Попадая на серую поверхность, эта энергия частично отражается от нее в количестве $(1-A) E_0$ и возвращается на черную поверхность, а частично поглощается серой поверхностью в количестве AE_0 .

Балансом лучистого теплообмена будет:

$$E_{\text{рез}} = q = E - AE_0.$$

Взаимное тепловое излучение между поверхностями возможно и при $T = T_0$. Однако в этом случае система находится в термодинамическом равновесии и $q = 0$. Тогда из последнего уравнения следует:

$$E / A = E_0$$

или для любых тел –

$$E_1 / A_1 = E_2 / A_2 = E_3 / A_3 = \dots = E_0 / A_0 = E_0 = f(T). \quad (2.56)$$

В такой форме закон Кирхгофа можно сформулировать следующим образом. При термодинамическом равновесии отношение собственного излучения к поглощательной способности для всех тел одинаково и равно собственному излучению абсолютно черного тела при той же температуре.

Далее из закона Кирхгофа можно установить:

$$A_1 = \varepsilon_1, \quad A_2 = \varepsilon_2 \text{ и т. д.,}$$

т. е. при термодинамическом равновесии поглощательная способность и степень черноты численно равны.

Закон Ламберта. Рассмотрим излучение в пространство с элементарной площадки dF , расположенной на поверхности тела, (рис. 2.20). Общее количество энергии, излучаемое во всех направлениях в пределах полусферы с 1 м^2 поверхности в единицу времени, равно плотности интегрального излучения E .

Количество энергии, излучаемое за единицу времени площадкой dF в пучке, ограниченном элементарным телесным углом $d\omega$ и направленном под углом φ к нормали поверхности, равно d^2Q .

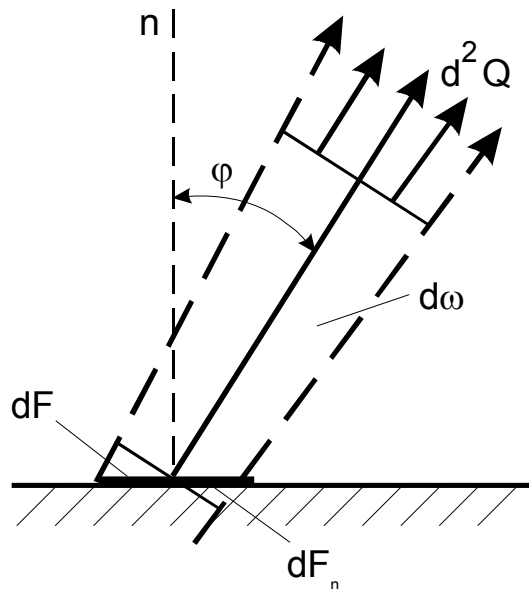


Рисунок 2.20 – К выводу закона Ламберта

Величина

$$I_{\varphi} = \frac{d^2 Q}{d\omega dF}$$

называется **угловой плотностью излучения**. Она представляет количество энергии, излучаемое в направлении φ за единицу времени с единицы поверхности тела в пределах единицы телесного угла. Другой характеристикой направленного излучения является **интенсивность (яркость)** излучения I , т. е. количество энергии, излучаемое в направлении φ за единицу времени, отнесенное к единице телесного угла и единице поверхности, ортогональной к выбранному направлению:

$$I = \frac{d^2 Q}{d\omega dF_n} = \frac{d^2 Q}{d\omega dF \cos \varphi} = \frac{I_{\varphi}}{\cos \varphi}.$$

Изменение энергии излучения по отдельным направлениям определяется законом Ламберта, согласно которому поток излучения абсолютно черного тела в данном направлении, характеризуемый величиной I_{φ} , пропорционален потоку излучения в направлении нормали I_n и косинусу угла между ними, т. е.

$$I_{\varphi} = I_n \cos \varphi. \quad (2.57)$$

Из уравнения получаем:

$$I = I_n = idem .$$

Величину I можно выразить через плотность интегрального излучения, взяв интеграл в пределах полусферы:

$$E = \iint_{\omega=2\pi} I_{\varphi} d\omega = \iint_{\omega=2\pi} I \cos\varphi d\omega = I\pi .$$

Отсюда $I = \frac{E}{\pi}$ и выражение (2.56) будет иметь такой вид:

$$I_{\varphi} = \frac{E}{\pi} \cos\varphi .$$

2.13.3 Лучистый теплообмен между телами в прозрачной среде

Рассмотрим теплообмен между двумя единичными (например, по 1 м^2) поверхностями (рис. 2.21), причем $T_1 > T_2$. В этой системе E_1 – энергия собственного излучения первого тела на второе, E_2 – второго на первое. Воспользуемся понятием эффективного излучения $E_{\text{эф}}$, представляющим собой сумму собственного и отраженного телом излучения:

$$E_{\text{эф}} = E + RE_{\text{пад}} .$$

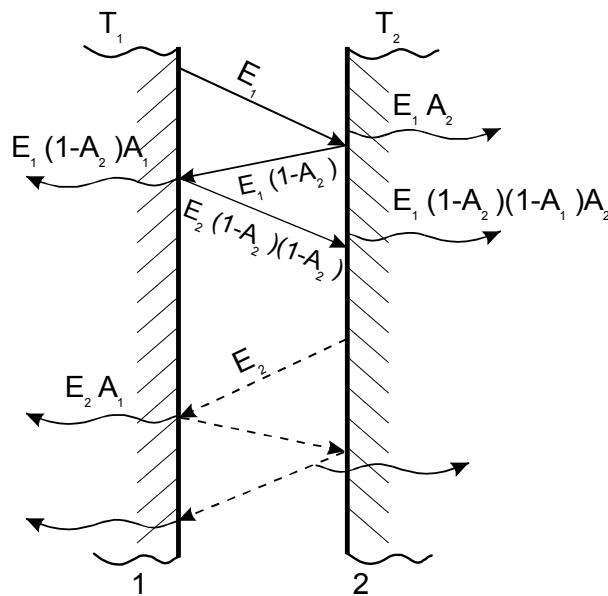


Рисунок 2.21 - Схема лучистого теплообмена между двумя телами

Для непрозрачного тела ($D = 0$ и $R = 1 - A$) это выражение запишется в виде

$$E_{эф} = E + E_{над}(1 - A).$$

Каждое из рассматриваемых тел имеет эффективное (полное) излучение, соответственно $E_{эф1}$ и $E_{эф2}$. Для первого тела $E_{эф2}$ является падающим излучением, поэтому

$$E_{эф1} = E_1 + E_{эф2} (1 - A_1). \quad (2.58)$$

Аналогично для второго тела

$$E_{эф2} = E_2 + E_{эф1} (1 - A_2). \quad (2.59)$$

Плотность результирующего теплового потока от первого тела на второе равна:

$$q_{1,2} = E_{эф1} - E_{эф2}. \quad (2.60)$$

Подставляя найденные из совместного решения уравнений (2.58) и (2.59) выражения $E_{эф1}$ и $E_{эф2}$ в (2.60), получим:

$$q_{1,2} = \frac{A_2 E_1 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}. \quad (2.61)$$

Заменяя величины E_1 и E_2 (2.54), будем иметь:

$$q_{1,2} = \frac{A_2 \varepsilon_1 c_0 (T_1 / 100)^4 - A_1 \varepsilon_2 c_0 (T_2 / 100)^4}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}. \quad (2.62)$$

Будем считать, что степень черноты обеих поверхностей не меняется. Тогда по закону Кирхгофа $A_1 = \varepsilon_1$ и $A_2 = \varepsilon_2$. Заменяя A на ε и вынося $\varepsilon_1 \varepsilon_2 c_0$, получим:

$$q_{1,2} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (2.63)$$

Величина

$$\frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \varepsilon_{np} \quad (2.64)$$

называется **приведенной степенью черноты системы тел**. С учетом ε_{np} и выражения (2.63) формула для полного теплового потока записывается в виде

$$Q_{1,2} = \varepsilon_{np} c_0 F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (2.65)$$

где F - площадь теплообменной поверхности, одинаковая в рассматриваемом случае для обоих тел.

Как следует из формулы (2.65), полный поток теплоты пропорционален поверхности тела F , приведенной степени черноты ε_{np} и разности четвертых степеней абсолютных температур тел T .

2.13.4 Лучистый теплообмен между телами в замкнутом пространстве

На практике часто одна теплообменная поверхность F_1 полностью охватывается другой F_2 (рис. 2.22)

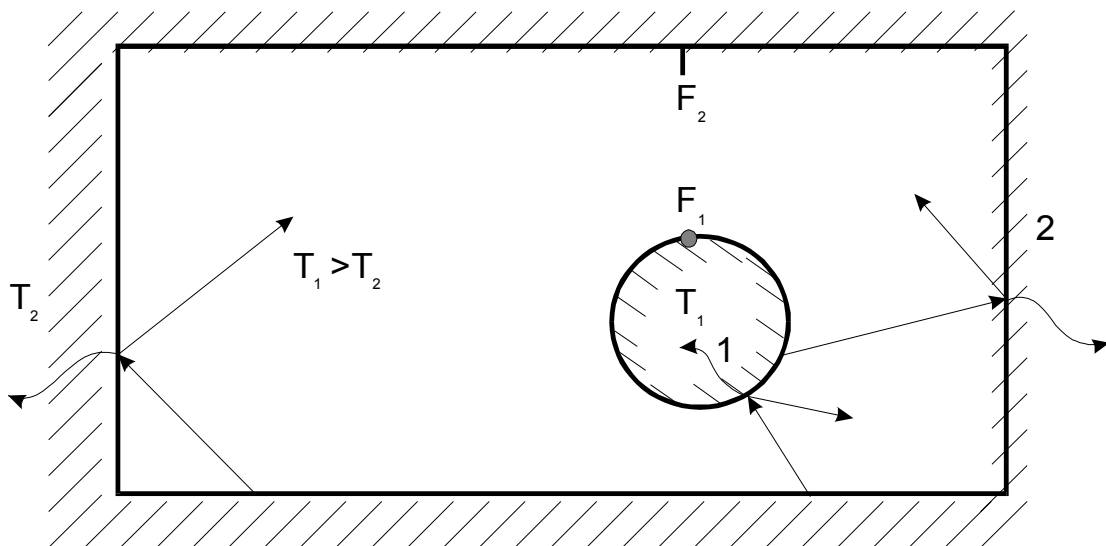


Рисунок 2.22 – Схема лучистого теплообмена между телами в замкнутом пространстве

В отличие от теплообмена между близко расположенными поверхностями с равными площадями здесь лишь часть излучения поверхности F_2 попадает на F_1 . Остальная энергия воспринимается самой поверхностью F_2 . Тепловой поток, передаваемый излучением от внутреннего тела к внешнему, можно также определить по формуле (2.65), если вместо F подставить поверхность меньшего тела F_1 , а степень черноты системы определить по формуле

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}. \quad (2.66)$$

В случае теплообмена между произвольными телами каждое из них излучает на другое по всем направлениям лишь часть энергии, излучаемой им; остальная энергия рассеивается в пространстве или попадает на другое тело. В этом случае в расчетную формулу (2.65) вводится поправочный коэффициент, называемый **коэффициентом облученности тела** $\varphi_{1,2}$ и учитывающий долю излучения первого тела, которая воспринимается вторым телом. С учетом этого формула (2.65) принимает вид

$$Q_{1,2} = \varphi_{1,2} \varepsilon_{np} c_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (2.67)$$

Коэффициент облученности называют также **угловым коэффициентом излучения**. Это чисто геометрический фактор, зависящий только от формы, размеров тел и их взаимного расположения. Для большинства частных случаев значения коэффициентов облученности приводятся в справочной литературе.

Пример 2.6. Определить тепловой поток излучением от стальной окисленной трубы с наружным диаметром $d = 0,1$ м и длиной $l = 10$ м, используемой для отопления помещения с температурой стен $t_2 = 15^\circ\text{C}$. Температура стенки трубы $t_1 = 85^\circ\text{C}$ (см. рис. 2.22).

Поскольку $F_2 \gg F_1$, из уравнения (2.66) имеем: $\varepsilon_{np} \approx \varepsilon_1$. Для окисленной стали по справочным данным $\varepsilon_1 = 0,8$. Тогда при площади трубы $F_1 = \pi dl = \pi \cdot 0,1 \cdot 10 = 3,14$ м² по формуле (2.65) получим:

$$Q_{1,2} = \varepsilon_{np} c_0 F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] =$$

$$= 0,8 \cdot 5,67 \cdot 3,14 \left[\left(\frac{358}{100} \right)^4 - \left(\frac{288}{100} \right)^4 \right] = 1360 \text{ Вт.}$$

2.13.5 Теплообмен излучением при наличии экранов

Лучистый теплообмен в различных излучающих системах может быть уменьшен применением экранов. Покажем это на простейшем примере двух плоских параллельных поверхностей (см. рис. 2.21), между которыми установлен экран в виде тонкой пластины (рис. 2.23), причем степени черноты экрана и поверхностей одинаковы.

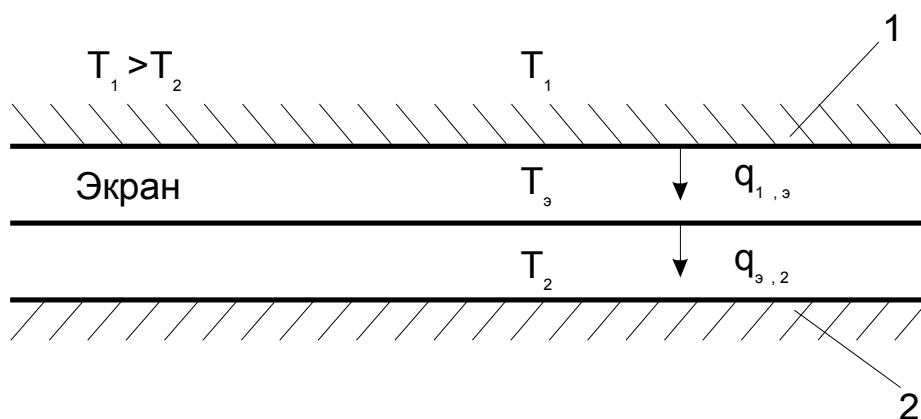


Рисунок 2.23 - Схема лучистого теплообмена между двумя поверхностями через экран

При отсутствии экрана теплообмен излучением между поверхностями 1 и 2 вытекает из уравнения

$$q_{1,2} = \varepsilon_{np} c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

При наличии экрана теплообмен между этими поверхностями изменяется. Вследствие стационарности процесса потоки излучения от

поверхности 1 к экрану и от экрана к поверхности 2 одинаковы. Поэтому можно записать:

$$q_{\text{э}} = \varepsilon_n c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 \right] = \varepsilon_n c_0 \left[\left(\frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

Отсюда найдем неизвестную температуру экрана:

$$\left(\frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

подстановка которой дает возможность определить плотность потока результирующего излучения при наличии экрана:

$$q_{\text{э}} = \frac{1}{2} \varepsilon_n c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{\text{э}}}{100} \right)^4 \right].$$

Следовательно, при наличии одного экрана результирующий поток уменьшается в два раза:

$$q_{\text{э}} = \frac{q_{12}}{2}.$$

Можно также показать, что при наличии двух экранов количество передаваемой теплоты уменьшается в 3 раза, при наличии n экранов – в $(n+1)$ раз.

Эффективность экрана вырастает, если его выполнить из материала с малой степенью черноты. Так, если между двумя плоскими поверхностями со степенью черноты ε установлено n экранов со степенью черноты $\varepsilon_{\text{э}}$, то

$$\frac{q_{\text{э}}}{q_{12}} = \frac{1}{1 + n \frac{2 - \varepsilon_{\text{э}}}{2 - \varepsilon} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{э}}}}.$$

Пример 2.7. Определить, во сколько раз произойдет снижение лучистого теплообмена между двумя плоскими параллельными поверхностями со степенью черноты $\varepsilon = 0,9$, если между ними установить плоский экран, степень черноты которого $\varepsilon_{\text{э}} = 0,1$.

$$\frac{q_3}{q_{12}} = \frac{1}{1 + n \frac{2 - \varepsilon_3}{2 - \varepsilon} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_3}} = \frac{1}{1 + 1 \frac{2 - 0,1}{2 - 0,9} \cdot \frac{0,9}{0,1}} = 0,06,$$

т.е примерно в 16 раз.

2.14 Сложный теплообмен и теплопередача

Сложный теплообмен. В действительных условиях работы различных теплообменных устройств теплота передается одновременно теплопроводностью, конвекцией и излучением. Такое явление называется сложным теплообменом. В практических расчетах разделение таких сложных процессов на элементарные является не всегда возможно и целесообразно. Обычно результат совокупного действия отдельных элементарных явлений приписывается одному из них, которое считается главным. Влияние же остальных (второстепенных) явлений сказывается лишь на количественной характеристике основного. Так, например, при распространении теплоты в **пористом** теле в качестве основного явления принято считать **теплопроводность**, а влияние конвекции и теплового излучения в порах учитывается соответственным увеличением значения **коэффициента теплопроводности**.

Процесс переноса теплоты между потоком излучающего газа и стенкой также является результатом совокупного действия конвективного теплообмена и теплового излучения. Здесь в качестве основного явления обычно принимается конвекция. В этом случае количественной характеристикой процесса является коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_0 = \alpha_k + \alpha_l,$$

где α_k учитывает действие **конвекции и теплопроводности**, а α_l - действие теплового **излучения**.

Если $t_{жс}$ - температура газа и t_c - температура тепловоспринимающей стенки, то единицей поверхности этой стенки передается теплота путем соприкосновения:

$$q_k = \alpha_k (t_{жс} - t_c)$$

и путем теплового излучения:

$$q_{\text{л}} = \varepsilon c_0 \left[\left(\frac{T_{\text{жс}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right].$$

Суммируя эти выражения, получим:

$$q_0 = q_{\text{к}} + q_{\text{л}} = \alpha_{\text{к}}(t_{\text{жс}} - t_c) + \varepsilon c_0 \left[\left(\frac{T_{\text{жс}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right].$$

2.14.1 Теплопередача через стенки

1 Однослойная плоская стенка. Рассмотрим однородную плоскую стенку с коэффициентом теплопроводности λ и толщиной δ . Известные температуры стенки обозначим t_{c1} и t_{c2} (рис. 2.24). Заданы значения коэффициентов теплоотдачи: α_1 - на горячей стороне и α_2 - на холодной.

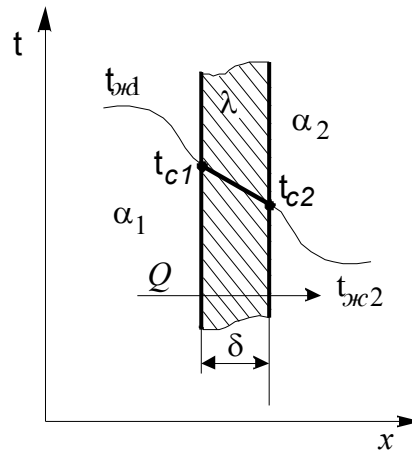


Рисунок 2.24 – Теплопередача через однослойную плоскую стенку

При стационарном режиме для плотности теплового потока можно написать три выражения:

$$\left. \begin{aligned} q &= \alpha_1(t_{\text{жс}1} - t_{c1}); \\ q &= \frac{\lambda}{\delta}(t_{c1} - t_{c2}); \\ q &= \alpha_2(t_{c2} - t_{\text{жс}2}). \end{aligned} \right\}$$

Отсюда определим частные температурные напоры, а именно:

$$\left. \begin{aligned} t_{ж1} - t_{c1} &= q \frac{1}{\alpha_1} ; \\ t_{c1} - t_{c2} &= q \frac{\delta}{\lambda} ; \\ t_{c2} - t_{ж2} &= q \frac{1}{\alpha_2} . \end{aligned} \right\}$$

Складывая их, получим полный температурный напор:

$$t_{ж1} - t_{ж2} = q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right),$$

из которого определим плотность теплового потока:

$$q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{ж1} - t_{ж2}) = k(t_{ж1} - t_{ж2}),$$

где k - коэффициент теплопередачи,

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.68)$$

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется **общим термическим сопротивлением теплопередачи**:

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

2 Многослойная плоская стенка. Рассмотрим стенку, состоящую из нескольких, например двух, слоев (рис. 2.25).

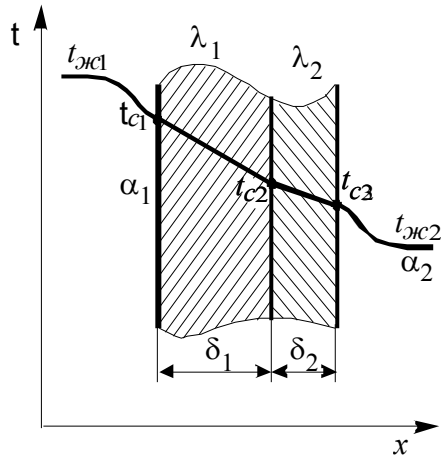


Рисунок 2.25 – Теплопередача через многослойную плоскую стенку

При стационарном режиме плотность теплового потока постоянна и поэтому можно записать:

$$\left. \begin{aligned} q &= \alpha_1(t_{жс1} - t_{c1}); \\ q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_{c1} - t_{c2}); \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_{c2} - t_{c3}); \\ q &= \alpha_2(t_{c3} - t_{жс2}). \end{aligned} \right\}$$

Отсюда частные температурные напоры составят:

$$\left. \begin{aligned} t_{жс1} - t_{c1} &= q \frac{1}{\alpha_1}; \\ t_{c1} - t_{c2} &= q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t_{c2} - t_{c3} &= q \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t_{c3} - t_{жс2} &= q \frac{1}{\alpha_2}. \end{aligned} \right\}$$

Складывая отдельно левые и правые части уравнений, получим полный температурный напор:

$$t_{ж1} - t_{ж2} = q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right),$$

из которого находим плотность теплового потока:

$$q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{ж1} - t_{ж2}) = k(t_{ж1} - t_{ж2})$$

и значение коэффициента теплопередачи для двухслойной плоской стенки:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}}.$$

3 Однородная цилиндрическая стенка. Теплопроводность через однородную цилиндрическую стенку при граничных условиях **первого рода** рассмотрена в п. 2.8.3. Ниже рассматривается теплопередача через однослойную цилиндрическую стенку при граничных условиях **третьего рода**, когда задаются температуры омывающей среды $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ и коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 (рис. 2.26).

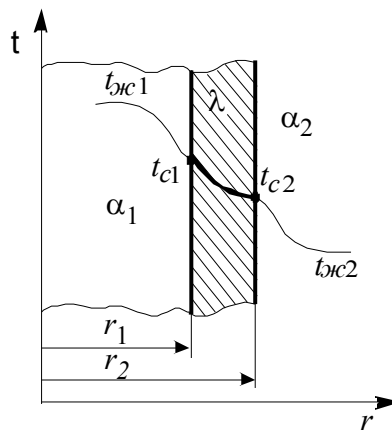


Рисунок 2.26 – Теплопередача через однослойную цилиндрическую стенку

При стационарном состоянии системы количество теплоты, отданное горячей и воспринятое холодной средой, одинаково. Поэтому можно записать линейную плотность теплового потока (на единицу длины трубы):

$$\left. \begin{aligned} q_l &= \alpha_1 \pi d_1 (t_{ж1} - t_{c1}); \\ q_l &= \frac{2\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\ln(d_2/d_1)}; \\ q_l &= \lambda_2 \pi d_2 (t_{c2} - t_{ж2}), \end{aligned} \right\}$$

откуда можно записать частные напоры:

$$\left. \begin{aligned} t_{ж1} - t_{c1} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_1 d_1}; \\ t_{c1} - t_{c2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_{c2} - t_{ж2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \end{aligned} \right\}$$

Складывая уравнения этой системы, получим полный температурный напор:

$$t_{ж1} - t_{ж2} = \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \right),$$

откуда

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} = k_l \pi (t_{ж1} - t_{ж2}), \quad (2.69)$$

где

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} -$$

линейный коэффициент теплопередачи (на 1 м длины трубы).

Величина, обратная k_l , называется линейным термическим сопротивлением теплопередачи:

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}.$$

Последнее выражение означает, что общее термическое сопротивление равно сумме частных – термического сопротивления теплопроводности стенки $(1/2\lambda)\ln(d_2/d_1)$ и термических сопротивлений теплоотдачи: $1/(\alpha_1 d_1)$ и $1/(\alpha_2 d_2)$.

4 Многослойная цилиндрическая стенка. Рассмотрим теплопередачу через многослойную, например двухслойную, цилиндрическую стенку. Диаметры и коэффициенты теплопроводности отдельных слоев известны (рис. 2.27).

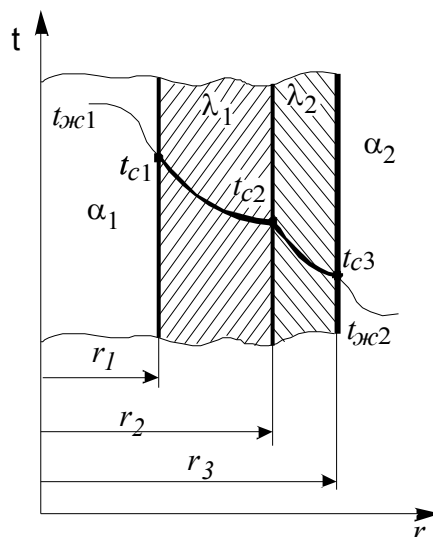


Рисунок 2.27 – Теплопередача через многослойную цилиндрическую стенку

Аналогично предыдущей задаче можно записать плотность теплового потока для многослойной стенки:

$$\left. \begin{aligned} q_l &= \alpha_1 \pi d_1 (t_{жс1} - t_{c1}); \\ q_l &= \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l &= \frac{\pi (t_{c2} - t_{c3})}{\frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}}; \\ q_l &= \alpha_2 \pi d_3 (t_{c3} - t_{жс2}). \end{aligned} \right\}$$

Из этой системы уравнений можно определить частные температурные напоры:

$$\left. \begin{aligned} t_{ж1} - t_{c1} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_1 d_1}; \\ t_{c1} - t_{c2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_{c2} - t_{c3} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}; \\ t_{c3} - t_{ж2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_3}. \end{aligned} \right\}$$

Складывая левые и правые части уравнений, получим полный температурный напор:

$$t_{ж1} - t_{ж2} = \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} \right) \quad (2.70)$$

и значение линейной плотности теплового потока:

$$q_l = \frac{\pi(t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}}. \quad (2.71)$$

Линейный коэффициент теплоотдачи в случае двухслойной цилиндрической стенки

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}}, \quad (2.72)$$

а общее термическое сопротивление $R_l = 1/k_l$.

Пример 2.8. Паропровод диаметром 200/216 мм покрыт слоем изоляции толщиной 120 мм, коэффициент теплопроводности которой $\lambda_2 = 0,1$ Вт/(м·°С). Температура пара $t_{ж1} = 300^\circ\text{C}$ и окружающего воздуха $t_{ж2} = 25^\circ\text{C}$. Кроме того, заданы (см. рис. 2.27): $\lambda_1 = 40$ Вт/(м²·°С), $\alpha_1 = 100$ и $\alpha_2 = 8,5$ Вт/(м²·°С). Определить линейный коэффициент теплопередачи, линейную плотность теплового потока и температуру в месте соприкосновения паропровода с изоляцией.

Согласно условию задачи $d_1 = 0,2$ м, $d_2 = 0,216$ м и $d_3 = (0,216 + 2 \cdot 0,120) = 0,456$ мм. На основании уравнения (2.72) линейный коэффициент теплопередачи составит:

$$\begin{aligned}
 k_l &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}} = \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{100 \cdot 0,2} + \frac{1}{2 \cdot 40} \ln \frac{216}{200} + \frac{1}{2 \cdot 0,1} \ln \frac{456}{216} + \frac{1}{8,5 \cdot 0,456}} = \\
 &= \frac{1}{0,05 + 0,0009 + 3,73 + 0,258} = 0,248 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С}).
 \end{aligned}$$

Первые два члена общего термического сопротивления по сравнению с остальными малы и при расчетах ими можно было пренебречь.

Линейную плотность теплового потока находим по формуле

$$q_l = k_l \pi (t_{ж1} - t_{ж2}) = 0,248 \cdot \pi (300 - 25) = 214 \text{ Вт}/\text{м}.$$

Температура в месте соприкосновения паропровода с изоляцией составит:

$$t_{с3} = t_{ж2} + \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_3} = 25 + \frac{214}{\pi} \cdot \frac{1}{8,5 \cdot 0,456} = 42,5 \text{ } ^\circ\text{С}.$$

2.15 Тепловая изоляция

Для уменьшения потерь теплоты многие сооружения, агрегаты, коммуникации приходится теплоизолировать, покрывая их стенки слоем материала с малой теплопроводностью [$\lambda < 0,2$ Вт/(м²·°С)]. Такие материалы называются **теплоизоляторами**.

Большинство теплоизоляторов состоит из волокнистой, порошковой или пористой основы, заполненной воздухом. Термическое сопротивление теплоизолятора создает воздух, а основа лишь препятствует возникновению естественной конвекции воздуха и

переносу теплоты излучением. Сама основа в плотном состоянии обычно обладает достаточно высокой теплопроводностью

$[\lambda = 1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°С})]$, поэтому с увеличением плотности набивки минеральной ваты, асбеста или другого теплоизолятора их теплопроводность возрастает.

Критический диаметр изоляции. Наложение теплоизоляции на поверхность цилиндра (трубы) увеличивает термическое сопротивление $R_{\lambda_{uz}}$, и одновременно увеличивается наружная поверхность $F_3 = \pi d_3 l$, через которую отводится теплота (рис. 2.28).

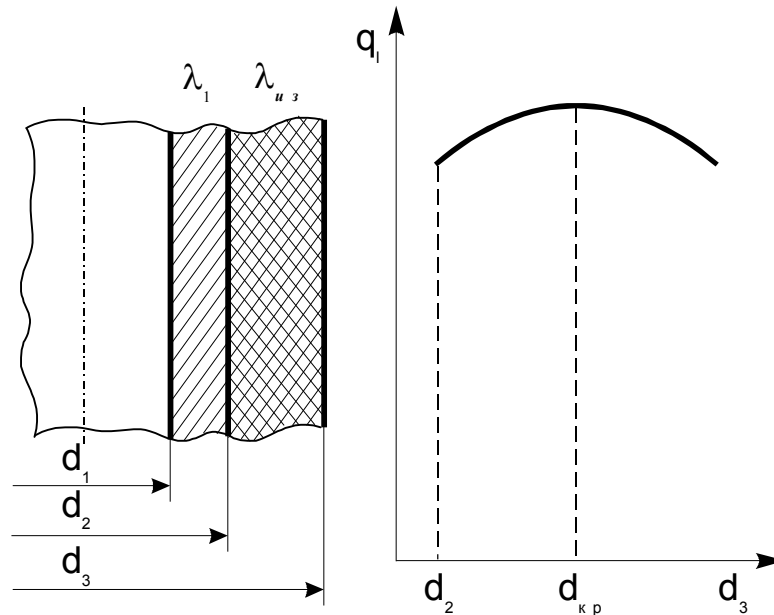


Рисунок 2.28 – Критический диаметр тепловой изоляции

При некоторых условиях может получиться на первый взгляд парадоксальный результат - утолщение теплоизоляции приводит к уменьшению суммарного термического сопротивления теплопередачи и, соответственно, к увеличению тепловых потерь. Оказывается, теплоизоляция на трубе эффективно работает только в том случае, если ее наружный диаметр d_3 больше некоторого критического. Для выяснения этого воспользуемся уравнением (2.72), которое представим в такой форме:

$$\begin{aligned}
 R_l &= \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{uz}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} = \\
 &= R_{\alpha 1} + R_{\lambda 1} + R_{\lambda_{uz}} + R_{\alpha 2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.73}$$

Возьмем производную от R_l по d_3 и приравняем ее к нулю:

$$\frac{d(R_l)}{d(d_3)} = \frac{1}{2\lambda_{из}d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_3^2} = 0.$$

Полученное из этого уравнения значение d_3 , соответствующее экстремальной точке кривой $R_l = f(d_3)$, называется критическим, т. е.

$$d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}. \quad (2.74)$$

Вторая производная от R_l в этой точке будет больше нуля. Следовательно, критическому диаметру будет соответствовать минимальное термическое сопротивление и максимальный тепловой поток, определяемый уравнением

$$q_l = \pi k_l (t_{ж1} - t_{ж2}).$$

Анализ уравнения (2.73), показывает, что увеличение диаметра изоляции d_3 в области $d_2 < d_3 < d_{кр}$ сопровождается возрастанием тепловых потерь за счет увеличения теплоотдающей поверхности изолятора, при $d_3 = d_{кр}$ эти потери достигают максимума и только при $d_3 > d_{кр}$ тепловая изоляция оправдывает свое назначение, т. е. увеличение наружного диаметра изоляции приводит к уменьшению тепловых потерь. Следовательно, для эффективности применения изоляции необходимо, чтобы критический диаметр был меньше внешнего диаметра оголенного трубопровода d_2 либо равен ему. В этом случае $d_3 > d_2 \geq d_{кр}$, или с учетом (2.74)

$$d_2 \geq \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2} \text{ или } \lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}. \quad (2.75)$$

Если условия (2.75) не выполняются, то изоляция подобрана неправильно.

Пример 2.9. Электропровод диаметром 2 мм необходимо изолировать каучуковой изоляцией, чтобы отдача теплоты от провода была максимальной при условии, что коэффициент теплопроводности каучука

$\lambda_{из} = 0,163 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, а коэффициент теплоотдачи поверхности изоляции воздуху $\alpha_2 = 16,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$.

Тепловой поток достигает максимума при

$$d_{из} = d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2} = \frac{2 \cdot 0,163}{16,3} = 0,02 \text{ м};$$

диаметр электропровода $d = 2 \text{ мм} = 0,002 \text{ м}$, т. е. $d_{кр} > d_2$.

Следовательно, при покрытии электропровода изоляцией из каучука теплоотдача увеличивается и при толщине

$$\delta = \frac{0,02 - 0,002}{2} = 0,009 = 9 \text{ мм}$$

тепловой поток достигает максимума.

Пример 2.10. Трубопровод с внешним диаметром $d_2 = 15 \text{ мм}$ необходимо покрыть тепловой изоляцией. Целесообразно ли использовать в качестве изоляции асбест, коэффициент теплопроводности которого $\lambda_{из} = 0,1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$? Коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности изоляции в окружающую среду $\alpha_2 = 8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$.

Используя условие (2.75), имеем:

$$\frac{\alpha_2 d_2}{2} = \frac{8 \cdot 0,015}{2} = 0,06 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}).$$

Так как из условия задачи $\lambda_{из} = 0,1 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ и, следовательно, для асбеста $\lambda_{из} > \alpha_2 d_2 / 2$, то в данном случае этот материал использовать для тепловой изоляции трубопровода нецелесообразно. Из основного условия следует, что в этом случае нужно использовать материалы, для которых $\lambda_{из} < 0,06 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, например войлок шерстяной, для которого $\lambda_{из} < 0,05 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

- 1 Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача. – М.: Высш. школа, 1980. – 470 с.
- 2 Юдаев Б.Н. Техническая термодинамика и теплопередача. - М.: Высш. школа, 1988. – 480 с.
- 3 Михеев М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 343 с.
- 4 Теплотехника: Учебник для вузов /А.П. Баскаков, В.В. Берг, О.К. Витт и др.; Под ред. А.П. Баскакова. – 2-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 224 с.

Вспомогательная литература

- 5 Жуков Н.Б. Исследование теплообмена на участке замедленного течения пристенной струи // Изв. вузов. Машиностроение. – 1987. - №7 – С. 68-72.
- 6 Жуков Н.Б. Исследование течения и теплоотдачи при натекании на заготовку осесимметричной струи // Сб. науч. статей. – Краматорск: ДГМА, 1994. – Вып. 2. – С. 137-147.
- 7 Жуков Н.Б. Оптимальный режим работы сопла гидравлического удаления окалины // Изв. вузов. Черная металлургия. - 1990. - №11. – С. 50-52.
- 8 Тарасов Ф.М. Теория и расчет поточных теплообменников. – Л.: Изд-во - ЛГУ, 1975. – 100 с.

Термодинаміка і теплотехніка

Конспект лекцій
для студентів спеціальностей
151
(Російською мовою)

Укладач	Микола Борисович Жуков
Редактор	Н.О. Хахіна
Комп'ютерна верстка	В.В. Сулова

Підписано до друку	Формат 60×84 1/16.	
Папір офсетний.	Ум.друк. арк. 0,7	Обл.–вид. арк. 0,54.
Тираж 100 экз.	прим. Зам. №	

Видавець і виготівник
“Донбаська державна машинобудівна академія”
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
серія ДК №1623 від 24.12.03.